

Контрольные карты Шухарта в России и за рубежом: краткий обзор современного состояния (статистические аспекты)

Ю.П. Адлер, О.В. Максимова, В.Л. Шпер

Another half-century may pass before the full spectrum of Dr. Shewhart's contributions has been revealed in liberal education, science, and industry.

W.E.D.
June 1986

Возможно, ещё полстолетия пройдут прежде, чем весь спектр идей д-ра Шухарта будет усвоен наукой, промышленностью и системой либерального образования.

У.Э. Деминг,
1986, (Предисловие к книге У. Шухарта "Статистические методы с точки зрения контроля качества"¹)

Аннотация: Данный обзор написан с целью ликвидации большого разрыва, сложившегося между англоязычной и русскоязычной литературой по проблеме контрольных карт Шухарта. Авторы считают, что правильное применение контрольных карт – одно из ключевых условий повышения качества российской науки, техники, образования, управления и т.д. В обзоре приведена информация об основных публикациях и исследованиях на данную тему, начиная с основополагающих работ Шухарта и до наших дней. Информация структурирована по годам и языку публикаций. Обзор предназначен для лиц, интересующихся статистическими аспектами применения контрольных карт Шухарта.

Ключевые слова: Вариабельность, контрольная карта, Шухарт, Деминг, стабильность процессов.

Введение

Изобретенный в 1924 году Уолтером Шухартом [Shewhart (1931/1980, 1939/1986)] инструмент анализа изменчивости любых процессов, называемый чаще всего Контрольной Картой Шухарта (ККШ), приобретает всё большую популярность в самых различных организациях и сферах деятельности. Сегодня его широко используют не только на промышленных предприятиях для анализа тех или иных производственных процессов [Статистические методы повышения качества (1990), Адлер, Жулинский, Шпер (2009), Статистическое управление процессами (2006)], но и в образовании [Turner (1998), Gitlow H.S. (2001)], медицине [Balestracci (2009), Carey, Lloyd (1997)], сфере услуг [Седдон (2009)], при анализе бизнеса [Hahn, Doganaksoy (2008)], в государственном управлении [Эффективность государственного управления (1998)] и т.п. Как отмечено в предисловии к книге [Уилер, Чамберс (2009)], Уолтер Шухарт понял, какую фундаментальную роль играет в нашем мире **вариабельность** (или **изменчивость**), и открыл способ минимизировать влияние вариабельности на решения, которые мы принимаем. Это открытие имеет потенциал, способный оказать громадное воздействие на большую часть человечества. Вместе с тем, число людей, знающих о нем, ничтожно мало. И, что не менее важно, его практическая реализация идет крайне медленно, встречая жесткое сопротивление людей, привыкших с детства к детерминистским суждениям. В серии статей, опубликованных в 2003-2004 гг. в журнале "Методы менеджмента качества" обсуждались прикладные аспекты внедрения и применения ККШ [Адлер, Шпер (2003 и 2004)] (см. также [Адлер, Жулинский, Шпер (2009)]). В данном обзоре мы хотим по-

1. Строго говоря, прямой перевод английского термина *variability* - это *изменчивость*. Термин *вариабельность* вошел в основном в специальную литературу по статистическим методам. Мы предлагаем использовать термин *изменчивость* применительно к естественным системам (например, изменчивость климата), а термин *вариабельность* применительно к искусственным системам (например, вариабельность параметров или процессов).

¹ Здесь и далее переводы всех цитат из источников, не переведенных на русский язык, принадлежат авторам.

знакомить русскоязычных читателей, интересующихся статистическими аспектами ККШ, с состоянием дел в этой сфере научных исследований. Предполагается, что читатель обладает некоторым уровнем начальных знаний в области математической статистики и имеет общее представление о ККШ.

В таблице 1 показана хронология основных событий в области ККШ, а также хронология тех публикаций, которые вошли в наш анализ (Русскоязычные источники выделены в таблице цветовым фоном).

Основные идеи и принципы контрольных карт Шухарта.

Очень кратко суть идеи ККШ состоит в следующем. Практически все процессы и явления, с которыми сталкиваются люди в своей деятельности, подвержены вариабельности или изменчивости (см. врезку 1). Вариабельность/изменчивость оказывает влияние на всё, что окружает человека: на результаты наших действий, на принимаемые нами решения, на результаты измерений, на методы управления кем и чем угодно, на способы и методы обучения, лечения, воспитания, и т.д. (список бесконечен). Основное достоинство ККШ в том, что она позволяет [Shewhart (1939/1986), Предисловие] "разумным образом разбить вариабельность на две компоненты, обусловленные разными причинами:

(1) собственно системную ("случайные причины" как называл их д-р Шухарт), ответственность менеджмента; и

(2) причины, которые можно чему-то приписать, Деминг назвал их "особыми (специальными)", они оказываются характерными для некоторого временного (мимолётного) события, причину которого обычно можно выявить к удовольствию специалиста, выполняющего данную работу, и устранить".

Контрольная карта Шухарта – это картинка, выполняющая работу по разделению вариабельности/изменчивости на вариабельность, вызванную общими (случайными) и специальными/особыми (временными) причинами. Она состоит из графика хода самого процесса и трех дополнительных линий: центральной линии, верхнего и нижнего контрольных пределов (см. рис.1). Предложенное Шухартом правило чтения этой картинки очень просто: если все точки находятся между верхним и нижним контрольным пределом, то специальные причины отсутствуют, и процесс *по определению* считают статистически управляемым (стабильным), что означает его предсказуемость (без чего никакое управление, а, следовательно, и совершенствование невозможны). Если есть точки, выходящие за верхний или нижний контрольные пределы, то специальные причины присутствуют, и процесс *по определению* предлагается считать неуправляемым (нестабильным), что означает его непредсказуемость со всеми вытекающими отсюда следствиями. Всё это чрезвычайно важно для любого бизнеса, поскольку из вышесказанного сразу следует алгоритм улучшения любых процессов, и ответ на вопрос: надо ли вмешиваться в процесс, и, если надо, то кому²? Статистическая модель выглядит следующим образом [Shewhart (1939/1986), Montgomery (2009)].

Пусть имеется определенная статистика, полученная по результатам измерения некоторой количественной (непрерывной) характеристики y . Пусть в качестве показателя настройки процесса выбрано среднее арифметическое \bar{y} , а в качестве показателя вариабельности – выборочное стандартное отклонение (СО)³ $\hat{\sigma}$ или s . Тогда центральная линия (ЦЛ), верхний и нижний контрольный предел (ВКП и НКП) для данной карты будут равны:

$$\begin{aligned} ВКП &= \bar{y} + k_1 \bar{s} , \\ ЦЛ &= \bar{y} , \\ НКП &= \bar{y} - k_2 \bar{s} , \end{aligned} \tag{1}$$

где k_1 и k_2 – расстояния от ЦЛ до соответствующих контрольных пределов, выраженные в единицах СО.

² Подробнее об этой стороне ККШ см. Адлер, Шпер (2003, №1).

³ Мы придерживаемся стандартного соглашения, согласно которому греческие буквы используются для обозначения величин, относящихся к генеральным совокупностям, а также в теоретических формулах, а латинские буквы или греческие буквы с крышкой относятся к выборочным характеристикам.

Таблица 1.

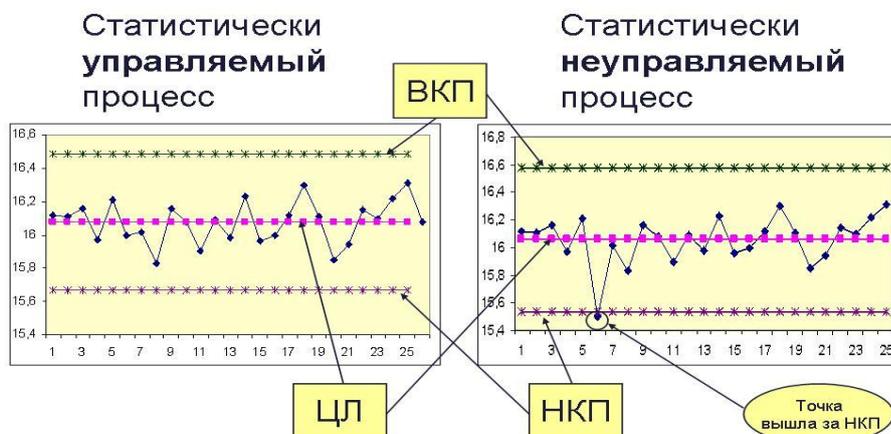
Хронология основных событий и публикаций в области ККШ				
№ п/п	Год	Автор(ы)	Содержание	Примечания и источник ссылки
1	1924	Shewhart W. A.	Записка Шухарта Джонсу, где появилась первая в мире контрольная карта.	Это была карта <i>p</i> -типа. Адлер, Шпер (2003, №1).
2	1931	Shewhart W. A.	<i>Economic Control of Quality of Manufactured Product.</i> – Основополагающая работа Шухарта, создавшая теорию контрольных карт.	Переиздана ASQ в 1980. Не переведена.
3	1932		Шухарт читает лекции в Лондоне о статистических методах в промышленности и контрольных картах	Montgomery (2009), table 1.1
4	1933	Святловский Е. Е.	<i>Занимательная статистика.</i>	Воображаемый круглый стол ведущих статистиков мира.
5	1938		По приглашению Э. Деминга У. Шухарт читает 4 лекции в Вашингтоне, из которых и возникает его следующая книга Shewhart (1939).	
6	1939	Shewhart W. A.	<i>Statistical Methods from the Viewpoint of Quality Control.</i>	Переиздана ASQ в 1986. Не переведена.
7	1940		Министерство обороны США издает руководство по применению контрольных карт для анализа данных	Montgomery (2009), table 1.1
8	1944		Начинает выходить журнал " <i>Industrial Quality Control</i> ", в котором позднее будут регулярно публиковаться статьи о ККШ	Montgomery (2009), table 1.1
9	1946	Ачеркан Н.С.	<i>Статистические методы контроля промышленной продукции. Основы теории и практики применения в зарубежной промышленности. По-видимому, первая непереводная книга на русском языке о ККШ.</i>	Изложены основные положения методологии и техники построения контрольных карт. Приведены примеры карт, использовавшихся в Bell Laboratories. Есть ссылки на немецкие, шведские и американские работы 20-х – 40-х годов.
10	1946	Grant E. L.	<i>Statistical Quality Control</i> , 1 st Ed. – по мнению ASQ это первый полный курс по данному предмету - http://asq.org/about-asq/who-we-are/bio_grant.html	В 1996 вышло уже 7-е издание этой книги. Не переведена.
11	1947		<i>Statistical Methods in Research and Production with special reference to the chemical industry</i> /Ed. By O. L. Davies.	Одна из первых статистических энциклопедий. В ней есть специальная глава, где очень кратко, но с примерами карт средних и размахов изложена теория ККШ.
12	1950	Деминг У.Э. (Deming W.E.)	Лекции перед японскими менеджерами.	Основные идеи: цепная реакция совершенствования, цикл PDCA и статистические методы как база улучшений. Перевод: [Деминг (2000/1950)]
13	1950	Aroian L. A., Levene H.	<i>The Effectiveness of Quality Control Charts.</i>	Предложен метод сравнения различных типов контрольных карт, основанный на анализе распределения длины серии
14	1951	Juran J. (Джуран Дж.)	<i>Quality Control Handbook</i> , 1 st Ed. - Фундаментальный справочник по всем проблемам качества.	В мае 2010 вышло 6-е изд. Не переведена.
15	1952	Duncan A.J.	<i>Quality Control and Industrial Statistics</i>	В 1986 вышло 5-е изд. Не переведена
16	1954	Juran J. (Джуран Дж.)	Лекции перед японскими менеджерами.	Основная идея: высшее руководство и менеджеры должны заниматься качеством
17	1954	Page E.S.	<i>Continuous Inspection Schemes.</i> Biometrics, Vol. 41(1), pp.100-115	Предложен новый тип карты – кумулятивная карта (CUSUM).
18	1954	King E. P.	<i>Probability limits for the average chart when process standards are unspecified</i>	Предложено устанавливать границы на КК, исходя из определенной вероятности ложного сигнала в фазе I
19	1955	Дунин-Барковский И. В. и Смирнов	<i>Теория вероятностей и математическая статистика в технике (общая часть)</i> – По-видимому, вторая непереводная книга на рус-	Схематично описана идея применения простейших контрольных

		Н. В.	ском языке с информацией о ККШ.	карт для анализа технологических процессов
20	1956	Western Electric Corp.	<i>Statistical Quality Control Handbook.</i> – Western Electric Corp., 1956.	Предложены дополнительные правила чтения ККШ. Не переведена.
21	1956	А. Хальд	<i>Математическая статистика с техническими приложениями.</i> Пер. с англ. Оригинал вышел в 1952.	Проблемы статистического контроля качества изложены с позиций В.А. Шухарта. Обсуждается возможность применения ККШ для данных, распределение которых сильно отличается от нормального.
22	1958	Длин А. М.	<i>Математическая статистика в технике</i>	Показано, как строить карты средних, стандартных отклонений, медиан, размахов, а также карты доли дефектных изделий
23	1959		Начинает выходить журнал <i>Technometrics</i>	Журнал о применении статистики в физике, химии и технических науках. Один из самых авторитетных и читаемых журналов в мире профессиональных статистиков
24	1959	Roberts S.W.	<i>Control Chart Tests Based on Geometric Moving Averages</i>	Предложен новый вид карты – карта с экспоненциально взвешенным скользящим средним (The Exponentially Weighted Moving Average Control Chart = EWMA)
25	1961	Д. Коуден	<i>Статистические методы контроля качества</i> /Под ред. Б.Р. Левина. Пер. с англ. Оригинал вышел в 1957	ККШ посвящено 14 параграфов (около трети всей книги). Подробно рассмотрены контрольные карты среднего и размаха, среднего и стандартного отклонения, а также карты качественного типа. Анализ ККШ основан на допущении о нормальном распределении данных. Упоминаются дополнительные правила чтения ККШ.
26	1965	Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д.	Математические методы в теории надежности	Есть один небольшой параграф о ККШ.
27	1967	Burr I. W.	<i>The Effect of Non-Normality on Constants for \bar{X}-bar and R Charts</i> Результаты Бара довольно подробно изложены в книге Уилера, Чамберса (2009) на страницах 123-125.	Показано, что отклонение закона распределения от нормального закона мало влияет на значения коэффициентов A_2 , D_3 и D_4 , по которым рассчитываются границы на ККШ. Проанализированы 27 ненормальных законов распределения с параметром асимметрии, изменяющимся от -0,01 до +1,91, и эксцессом, изменяющимся от 3,00 и до 12.46
28	1968	Б. Хэнсен	<i>Контроль качества. Теория и применение.</i> Пер. с англ. Оригинал вышел в 1963г.	Кроме обычного перечня карт присутствует карта индивидуальных значений и скользящего размаха (см. врезку 3), а также карта медиан. В отдельном параграфе [Хэнсен (1968, с.78)] описаны две фазы работы с ККШ: 1) анализ данных базисного периода; и 2) установление стандартов будущего контроля.
29	1969		Журнал " <i>Industrial Quality Control</i> " распадается на два журнала: " <i>Quality Progress</i> " (http://www.asq.org/qualityprogress/index.html) и " <i>Journal of Quality Technology</i> " (http://www.asq.org/pub/jqt/). Оба журнала регулярно публикуют статьи по КК	. Статьи в " <i>Quality Progress</i> " пишутся общедоступным языком для не статистиков, а статьи в " <i>Journal of Quality Technology</i> " – это профессиональные статистические публикации.
30	1969	Hillier F. S.	<i>\bar{X} – and R-Chart Control Limits Based on A Small Number of Subgroups</i>	Одна из первых работ, где рассчитаны вероятности выхода точки за границы с учетом того, что среднее и стандартное отклонение определены по

				ограниченному объему данных.
31	1970	Р. Шторм	<i>Теория вероятностей. Математическая статистика. Статистический контроль качества.</i> Пер. с нем. Оригинал вышел в 1957.	Разбираются все основные типы ККШ, которые принято рассматривать и в современных источниках. Общий подход основан на нормальном распределении данных. Обсуждаются три различных метода оценки СО: по всем данным, через среднее СО в подгруппах, и через средний размах. Эти оценки рассматриваются как равноправные.
32	1973	Д. Химмельблау	<i>Анализ процессов статистическими методами.</i> Пер. с англ. Оригинал вышел в 1970.	Рассмотрены практически все основные типы контрольных карт, включая многомерные карты, основанные на статистике T^2 Хотеллинга. Описано сравнение эффективности различных типов контрольных карт с помощью анализа средней длины серий. Отмечена важность понимания физической сути процесса лицом, применяющим контрольную карту.
33	1976	Э. Шиндовский, О. Шюрц	<i>Статистические методы управления качеством.</i> Пер. с нем. Оригинал вышел в 1974.	Рассмотрено очень много практических примеров применения контрольных карт. Обсуждается построение кумулятивных контрольных карт, а также упоминаются карты с предугадываемыми (двухсигмовыми) границами.
34	1979	Дэйвид Г	<i>Порядковые статистики</i> Пер. с англ. Оригинал вышел в 1970 г.	Подробно рассмотрена проблема оценки стандартного отклонения (СО) по значениям выборочного размаха.
	1980		NBS показывает по американскому телевидению фильм о Деминге, с которого началось увлечение TQM в США и Европе	
	1984		Начинает выходить журнал " <i>Quality and Reliability Engineering International</i> " - http://www3.interscience.wiley.com/journal/122511705/issue?CRETRY=1&SRETRY=0	
	1989		Начинает выходить журнал " <i>Quality Engineering</i> " - http://www.asq.org/pub/qe/	
	1996		Дискуссия в журнале " <i>Quality Progress</i> " о Статистическом Управлении Процессами	[Hoyer, Ellis (1996, a,b); Another look (1996), Montgomery, Nelson (1997)]
	1996		Появился новый тип КК: карта точки сдвига (change-point chart).	[Sullivan, Woodall (1996)]
	1997		Дискуссия в журнале " <i>Journal of Quality Technology</i> " о статистическом мониторинге и статистическом управлении процессами	<i>JQT, vol. 29, No. 2, April 1997, c. 120-196.</i>
	1998		Дискуссия в журнале " <i>Technometrics</i> " на тему "Основные вызовы для статистиков в области бизнеса и промышленности"	<i>Technometrics, August 1998, vol. 40, No. 3.</i>
	1999		Обзор Б. Вудала и Д. Монтгомери на тему "Проблемы и идеи в области статистического управления процессами"	[Woodall, Montgomery (1999)]
	2000		Дискуссия в журнале " <i>Journal of Quality Technology</i> " на тему "Разногласия и противоречия в статистическом управлении процессами".	[Woodall (2000)] и сопутствующие статьи
	2004		Обзор методов применения контрольных карт для мониторинга "профиля качества продукта или процесса"	[Woodall et al. (2004)]
	2006		Обзор по проблеме применения контрольных карт в медицине и здравоохранении	[Woodall (2006)].

	2006		Обзор по проблеме влияния оценивания параметров на свойства контрольных карт	[Jensen et al. (2006)].
	2008		Дискуссия, связанная с сопоставлением ККШ и методов планирования эксперимента	[Bisgaard (2008)].
	2009		Обзор работ по первой фазе построения КК	[Chakraborti et al. 2009]
	2009		Университетский вводный курс в статистический контроль качества	[Montgomery (2009)]
	2009		Практическое руководство по применению ККШ в самых разнообразных ситуациях	[Balestracci (2009)]
	2009		Статистическое управление процессами. Оптимизация бизнеса с помощью контрольных карт Шухарта.	[Уилер, Чамберс (2009)].

Кажущаяся простота формул (1) на самом деле за собой скрывает непростой выбор оценки CO - показателя вариации в каждом конкретном случае на практике (что частично зависит и от выбора величины, которую мы будем наносить на КК, единиц измерения, и т.д.). Эта оценка к тому же должна быть легко вычисляемой на практике, и теоретически обоснованной для исследуемого процесса. Над выводом различных способов оценки CO и анализом свойств этих оценок применительно к различным КК билось много профессиональных статистиков, что заставляет задуматься о существовании подводных камней, которые несет в себе применение этого инструмента (см. ниже). Для коэффициентов k_1, k_2 в формуле (1) Шухарт после тщательных экспериментов и долгих размышлений предложил выбрать значение 3. При этом он понимал, что решает принципиально иную задачу, нежели нахождение доверительных границ для среднего (на что формула (1) внешне очень похожа). В частности, на стр.60 [Shewhart (1939/1986)] Шухарт пишет: "Также очевидно, что проблема установления приемлемой зоны разброса *фундаментально отлична от проблемы, разрешенной Стьюдентом*. Его теория говорит о том, как сделать правомерное предсказание числа случаев, когда можно ожидать, что последовательность *переменных интервалов с переменными центрами* для оцениваемого параметра включит в себя теоретическое истинное его значение, в то время как для того, чтобы установить правомерную зону разброса, мы должны быть способны разумно предсказать, как много раз можно ожидать, что будущие наблюдения попадут между заданной парой *фиксированных пределов*"⁴. Это замечание Шухарта тесно связано с проблемой соотношения между теорией ККШ и статистической теорией проверки гипотез (см. врезку 2) – вопрос, к которому мы ещё не раз будем возвращаться в данной работе.



⁴ Курсив Шухарта.

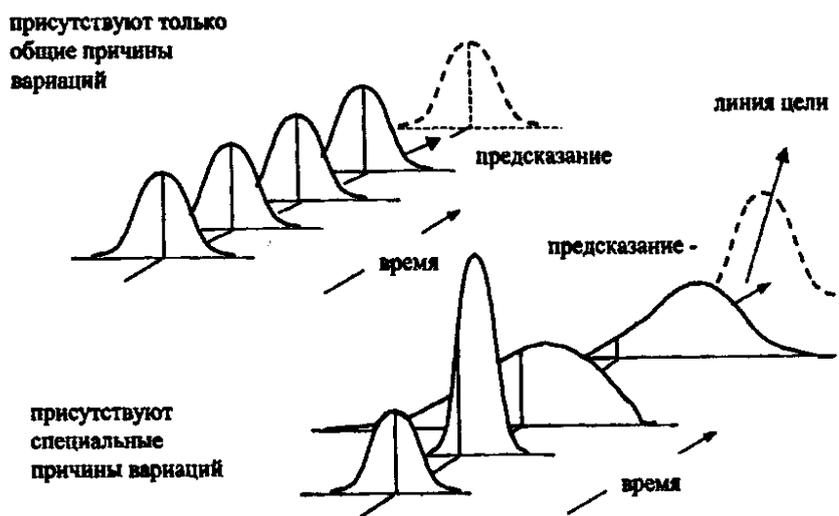


Рис.1. Стабильный и нестабильный процессы (нижняя часть рисунка заимствована из руководства [Статистическое управление процессами (2006)])

Активное внедрение ККШ началось в середине прошлого века, и проходило весьма неравномерно. Заметный рост начался после 1980 года, что хорошо видно на рис.2, где показана карта хода процесса (run chart) для ежегодного числа публикаций, построенная нами по результатам поиска в сети института Гарфилда (ISI Web of Knowledge) по ключевому словосочетанию "Control chart"⁵. На наш взгляд этот скачок был вызван миссионерской деятельностью д-ра Э. Деминга – ученика, соратника и последователя У. Шухарта.

В 1980 г. компания NBS показала по американскому телевидению 15-минутный фильм: "If Japan Can ... Why Can't We?" После этого в Америке, а затем и в Европе, началось увлечение идеей совершенствования качества. Именно тогда сложилась окончательно концепция всеобщего управления на основе качества – TQM (Total Quality Management) – и началось повсеместное внедрение TQM в многочисленных организациях различных сфер бизнеса. На своих семинарах Э. Деминг постоянно играл в игру "Красные бусы", важный элемент которой – процесс построения контрольной карты Шухарта для числа дефектов (*np*-карта), и приводил множество примеров использования ККШ в разных организациях. Впоследствии и сама игра, и многочисленные примеры вошли в обе книги Деминга [Деминг (2006, 2007)]. Для нашего обзора по ККШ важен тот факт, что и на семинарах, и в книгах Деминг объясняет: "Контрольные пределы не устанавливают вероятностей... Правила для обнаружения особых причин ... – это не критерии для проверки статистической гипотезы о

2. Статистическая теория проверки гипотез и контрольные карты Шухарта.

В рамках обычного статистического подхода мы имеем некую генеральную совокупность, из которой мы извлекаем выборку, оцениваем по выборке, например, математическое ожидание (МО) с помощью выборочного среднего, а затем по этому среднему и объему выборки находим концы случайного интервала с центром в этом среднем значении, которые определяются с заранее выбранной вероятностью P . Доверительный P -процентный интервал Стьюдента говорит о том, что если мы много раз будем брать из этой генеральной совокупности независимые выборки одинакового объема, и по каждой построим такой интервал, то в P процентах случаев истинное значение МО (т.е. точное среднее, рассчитанное по всем значениям генеральной совокупности) будет накрыто нашими случайными интервалами. В теории контрольных карт у нас нет никакой генеральной совокупности. У нас есть бесконечный развивающийся во времени процесс, у которого нет, и не может быть, никакого точного среднего значения. Вместо этого мы имеем набор некоторых прошлых данных, по которым мы хотим разумно оценить границы, внутри которых, как мы ожидаем, будет меняться наш процесс, если определяющая его система будет оставаться стабильной.

⁵ Похожая картинка, но относительно термина "Statistical Process Control" была совсем недавно опубликована в журнале "Методы менеджмента качества" [Розенталь (2010)]

том, что процесс находится в стабильном состоянии" [Деминг (2007), с.294]. Другими словами, мы хотим обратить внимание на то, что где-то с начала 80-х годов благодаря в первую очередь д-ру Демингу появилось новое направление в интерпретации ККШ⁶ – направление, опирающееся на операциональный подход, в котором ККШ трактуется как операциональное определение стабильного или нестабильного процесса (о понятии "операциональных определений" см. [Деминг (2007); Нив (2005); Адлер, Шпер (2003, №3)]). Ниже мы будем называть этот подход операциональным, или подходом Шухарта–Деминга, чтобы отличать его от традиционного статистического. Важность появления такого подхода и приведенных выше разъяснений Деминга была вызвана тем фактом, что к этому моменту времени в большинстве публикаций по ККШ стала преобладать точка зрения статистиков: "Техника контрольных карт – по сути дела не что иное, как статистический метод проверки определенной статистической гипотезы..." [Шторм (1970, с.262)]. Действительно, профессиональные статистики увидели в ККШ:

- новый инструмент решения старой статистической задачи – проверки гипотез;
- практически неограниченные возможности для постановки и решения новых статистических задач.

Но этот подход представляется многим специалистам, включая и авторов данного обзора, слишком узким и далеким от реальной жизни. Не случайно, где-то в начале 80-х годов возникла новая трактовка термина "статистическое мышление (Statistical Thinking)", опирающаяся не на статистические методы, а на понимание варибельности нашего мира. В соответствии с ней [Hoerl, Snee (2002), Ott, Schilling, Neubauer (2000)], "статистическое мышление – это философия обучения и действий, основывающаяся на следующих фундаментальных принципах:

- Любая работа осуществляется в системе взаимосвязанных процессов.
- Во всех процессах присутствуют вариации.
- Понимание и уменьшение вариаций – ключ к успеху".

Согласно письму, полученному одним из авторов данного обзора 17 апреля 2002 года, этот термин в указанном выше смысле в начале 80-х годов начали употреблять американский статистик Ron Snee и коллега д-ра Деминга Heero Hacquabord на своих семинарах и курсах.

Основные книги в поддержку операционального подхода Шухарта-Деминга – это книга Г. Нива "Пространство доктора Деминга" [Нив (2005)] и практически все книги одного из наиболее известных специалистов по ККШ Дональда Уилера [Уилер, Чамберс (2009); Wheeler (1993, 1995, 2006)] (см., также, [Neave (1997, 2002)]). В частности, в только что вышедшей на русском языке книге [Уилер, Чамберс (2009)] подробно разбираются основные мифы о ККШ, например, требование нормальности закона распределения параметров, требование независимости наблюдений и т.д. Ниже мы ещё вернемся к рассмотрению этих и других мифов о ККШ, но сначала взглянем ещё раз на рис.2. Два очень известных статистика Вудал и Монтгомери в своем обзоре 1999 года оценили общее число работ по ККШ примерно в 3750-5000 [Woodall, Montgomery (1999)].

⁶ Возможно, правильнее сказать, что вернулось исходное авторское (т.е. Шухарта) понимание.



Суммарное количество публикаций по данным ISI Web of Knowledge к настоящему моменту (апрель, 2010) равно примерно 4000, т.е. оценка Вудала, Монтгомери оказалась весьма точной. Из рис. 2 видно, что резкий скачок числа публикаций по контрольным картам начался в 90-м году, ещё один скачок произошел в 1993, после чего вплоть до сегодняшнего дня наблюдается стабильный рост с удвоением примерно за 10 лет.

Ясно, что сделать содержательный обзор такого потока публикаций невозможно, поэтому наш обзор вынужденно ограничен теми источниками, какие показались нам наиболее существенными для начального знакомства с данной тематикой.

Различные типы контрольных карт и правила чтения ККШ

В 1954 году английский статистик Пейдж предлагает новый тип контрольной карты (КК) – карту кумулятивных сумм (CUSUM) [Page (1954)]. В картах этого типа картинка строится не по значениям самого процесса (x_i), а по значениям кумулятивной (накопленной) суммы отклонений выборочных значений от установленного (целевого) значения (μ_0) [Мердок (1986)]:

$$S_i = \sum_{j=1}^i (x_j - \mu_0)$$

В 1959 году С. Робертс предлагает новый вид карты – карту с экспоненциально взвешенным скользящим средним (The Exponentially Weighted Moving Average Control Chart = EWMA) [Roberts (1959)]. Здесь так же, как и в карте CUSUM строится график не самих значений процесса (x_i), а так называемого экспоненциально взвешенного скользящего среднего (z_i) [Montgomery (2009)]:

$$z_i = \lambda x_i + (1 - \lambda) z_{i-1}$$

где λ - это константа в интервале от нуля до единицы. и где стартовое значение для z – это цель процесса, т.е. $z_0 = \mu_0$ или $z_0 = \bar{x}$.

В 1996 году в работе [Sullivan, Woodall (1996)] была подробно описана карта, предлагающая новый подход к анализу изменений процесса: карта точки сдвига (change-point chart). Идея этого подхода состоит в следующем [Montgomery (2009), Sullivan, Woodall (1996)].

Пусть наш процесс описывается, например, склейкой двух нормальных распределений с одинаковой дисперсией:

$$x_t \propto gau(x | \mu_0, \sigma^2), \quad t = 1, 2, \dots, \tau$$

$$x_t \propto gau(x | \mu_1, \sigma^2), \quad t = \tau + 1, \tau + 2, \dots, n$$

Т.е. процесс в момент времени $(\tau+1)$ – точка сдвига – переходит на новый уровень среднего. Тогда оказалось, что, используя подход, основанный на функции максимального правдоподобия, удается построить методику проверки гипотезы о том, что процесс изменился, и методику оценки момента τ . Более того, утверждается, что этот подход имеет ряд преимуществ по сравнению как с традиционными ККШ, так и с картами кумулятивных сумм. С дальнейшим развитием работ в этом направлении читатель может ознакомиться по работе [Hawkins, Peihua Qiu, Chang Wook Kang (2003)], содержащей, в том числе, и ряд полезных ссылок (см., также, [Montgomery (2009)]). В апрельском номере "*Journal of Quality Technology*" за 2010 год Хокинс, Денг развивают теорию карт с точкой сдвига на случай непараметрического подхода [Hawkins, Deng (2010)]. При этом небольшая модификация критерия Манна-Уитни позволила авторам получить вычислительную процедуру, которая даже проще параметрических вычислений.

Все эти принципиально новые типы карт в нашем обзоре не рассматриваются за исключением упоминания их в связи с ККШ. Однако заметим, что кроме совсем новых типов карт за последние 50 лет появилось множество модификаций и "усовершенствований" ККШ. И хотя исчерпывающего перечня всех типов и разновидностей, насколько нам известно, не существует, к настоящему моменту сложилась некая, довольно ограниченная классификация ККШ, показанная на рис.3. Т.к. похожая картинка фигурирует практически во всех источниках по ККШ, мы не будем на ней останавливаться.

С другой стороны попытки применить ККШ для самых различных процессов привели не только к их большому разнообразию, но и к появлению так называемых дополнительных правил их чтения. Дело в том, что когда ККШ стали широко применяться на практике, было обнаружено, что в ряде случаев, даже когда точки не выходят за верхний или нижний контрольный пределы, в процесс явно что-то вмешивается (например, когда виден явный тренд и т.п.).

В 1956 году появилось руководство компании Western Electric, где были предложены дополнительные правила чтения ККШ. Согласно этому документу процесс считается управляемым, если [Western Electric (1956)]:

1. Одна или более точек находится за пределами трехсигмовых контрольных границ.
2. Две из трех последовательных точек находятся за пределами двухсигмовых предупредительных границ.
3. Четыре из пяти последовательных точек находятся на расстоянии одна сигма или более от ЦЛ.
4. Восемь последовательных точек находятся с одной стороны от ЦЛ.

В 1996-1997 гг. в журнале "*Quality Progress*" прошла широкая дискуссия о Статистическом Управлении Процессами (СУП⁷) [Hoyer, Ellis (1996, a,b); Another look (1996), Montgomery, Nelson (1997)]. В журнале "*Надежность и контроль качества*" один из авторов настоящего обзора опубликовал подробное изложение основных положений этой дискуссии [Шпер (1998)]. Основной мотив авторов, инициировавших дискуссию в QP, состоял в том, что

- методы SPC находятся в глубокой стагнации, и со времен Шухарта ничего принципиально нового не было сделано [Hoyer, Ellis (1996a, p.65)];

- широкое распространение получила практика внедрения SPC людьми, не понимающими, что это такое [Hoyer, Ellis (1996b, p.63)].

⁷ Или SPC, если использовать англоязычную аббревиатуру.

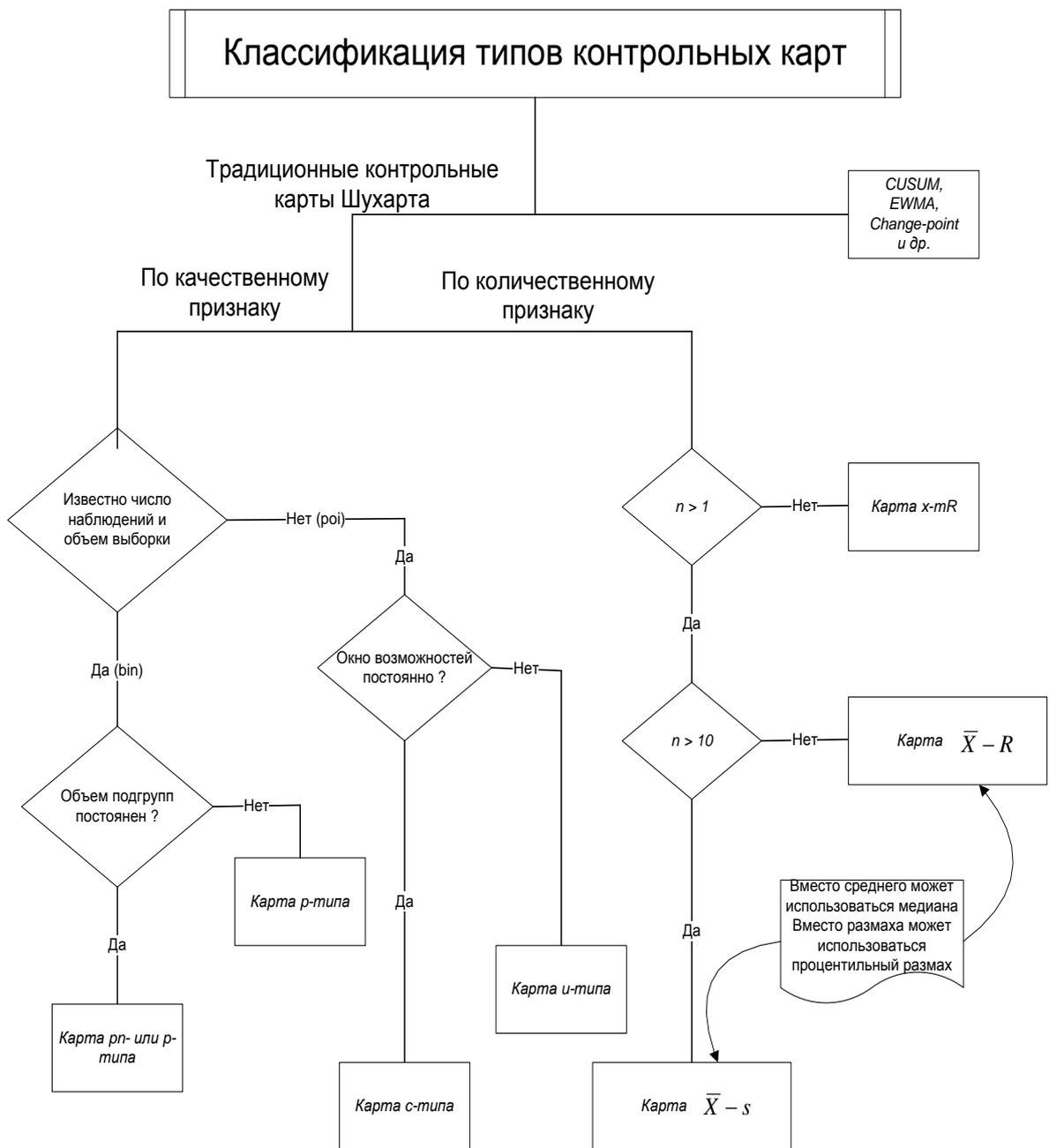


Рис.3.

С первым из этих тезисов большинство статистиков, участвовавших в обсуждении, не согласилось, а второй особых возражений не вызвал. В рамках этой дискуссии среди прочих был вопрос о дополнительных правилах чтения ККШ. Рассматривавшиеся в ходе дискуссии правила показаны ниже на рис.4 и в табл.2.

Стоит заметить, что перечисленные в табл.2 и на рис.4 правила чтения ККШ не полностью совпадают с исходным перечнем Western Electric (см. выше). Не совпадают они и с хорошо известным перечнем, опубликованным в журнале "Journal of Quality Technology" известным статистиком Л. Нельсоном в 1984 году [Nelson (1984)].

Отличается этот перечень и от списка, приведенного в руководстве по SPC, которым широко пользуются все предприятия, работающие по стандарту ИСО/ТУ 16949 (этот пере-

чень почти полностью совпадает с работой [Nelson (1984)]. Таким образом, в настоящий момент нет ни полного перечня имеющихся на сегодня дополнительных правил, ни четких рекомендаций по их применению. Большинство специалистов сходится в том, что много правил применять не стоит из-за роста трудности интерпретации ККШ. Кроме того, чем большим числом правил мы пользуемся, тем выше вероятность ложного сигнала [Wheeler (1995), Montgomery (2009)]. Нам представляется, что наиболее удачным компромиссом можно считать следующий набор правил:

- i. Одна или более точек находится за пределами трехсигмовых контрольных границ.
- ii. Семь последовательных точек находятся с одной стороны от ЦЛ.
- iii. Семь последовательных точек расположены в порядке монотонного возрастания (убывания)
- iv. Любая иная явно не случайная структура

Стоит отметить, что правило iii было раскритиковано в обзоре известного статистика Б. Вудала как неэффективное [Woodall (2000)]. Ниже мы вернемся к этой критике при рассмотрении данного обзора.

Расчет границ на ККШ

Из формулы (1) очевидно, что границы на ККШ отстоят от ЦЛ на расстояние, равное трем СО. Казалось бы, что здесь никаких проблем быть не может. Однако, это не так. Дело в том, что первые 50 лет применения ККШ пришлось на докомпьютерную эпоху, и, чтобы облегчить задачу расчета границ инженерам, было предложено вычислять границы с помощью размаха - величины, которую гораздо проще вычислять, особенно при небольших объемах выборок. Кроме того, Шухарт предложил анализировать стабильность процессов, нанося на карту не сами значения процесса, а средние (\bar{X}) и СО (s) по небольшим выборкам (подгруппам), извлекаемым из процесса с определенной регулярностью⁸. Но как только мы разбили исходные данные на подгруппы, сразу возникают разные способы вычисления той величины СО, которая войдет в формулу (1). Как минимум это можно сделать двумя способами: вычислить СО по обычной формуле по всем данным⁹, или как среднее по значениям СО, вычисленным для каждой подгруппы. Плюс и ту и другую оценки можно получить через соответствующий размах. Вот как эти варианты изложены, например, в книге Регины Шторм [Шторм (1970)]:

$$\hat{\sigma}_{mn-1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{mn} (x_i - \bar{X})^2}{mn - 1}} \quad (2-1)$$

$$\hat{\sigma}_{ave} = \frac{\sum_{j=1}^m \hat{\sigma}_j}{m} \quad (2-2)$$

$$\hat{\sigma}_{\bar{R}/d_2} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (2-3)$$

В формулах (2) через x_i обозначено i -е значение некоторого параметра процесса, m – это число подгрупп, на которое разбита исходная совокупность данных, n – объем каждой из подгрупп (т.е. всего есть mn значений, извлеченных из процесса); \bar{X} - это так называемое сред-

⁸ Так возникли карта средних и СО ($\bar{X} - S$), а потом карта средних и размахов ($\bar{X} - R$), которые до недавнего времени были самыми распространенными на практике.

⁹ Обычной мы называем оценку СО по формуле $\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n-1}}$

нее средних, т.е. среднее значение для средних по подгруппам; $\hat{\sigma}_j$ - это оценка СО для j -й подгруппы (вычисляется по обычной формуле), $\hat{\sigma}_{ave}$ - это среднее по m значениям $\hat{\sigma}_j$, \bar{R} - среднее значение размахов по m подгруппам, d_2 – постоянный коэффициент, о котором чуть ниже.

Интересно, что в книге [Шторм, 1970], как и во многих других источниках того времени, эти оценки рассматриваются как эквивалентные. Однако ещё Шухарт в своей первой книге [Шухарт, 1931/1980] высказался в пользу формулы (2-2). Ещё более категоричны Уилер и Чамберс, которые подробно обсуждают различные способы расчета СО [Уилер, Чамберс (2009)], и называют границы, вычисленные по формуле (2-1), неверными.

Суть проблемы состоит в том, что реальные процессы редко генерируют однородные данные, с которыми часто работают статистики в модельных задачах, а для неоднородных данных, как выяснилось из практики, способ группировки оказывает очень большое влияние

и на картинку ККШ, и на результаты анализа с её помощью. Чтобы вникнуть в эту проблему более глубоко, мы рекомендуем внимательно проанализировать §§4-1 и 5-6 в книге [Уилер, Чамберс (2009)]. Важно понимать, что здесь возможно очень большое разнообразие ситуаций. Для некоторых случаев, мы заранее знаем, что в общие причины варибельности дают вклад несколько различных компонент. Это – довольно распространенная ситуация, пояснить которую можно на следующем простейшем примере. Как известно, современные микрочипы – начинка наших компьютеров, телефонов, плееров и т.п. - формируются на большой пластине кремния диаметром до 200 мм, причем количество транзисторов на пластине может превышать сотни тысяч и миллионы (число чипов измеряется сотнями). Пластины кремния вырезаются из слитков, представляющих собой цилиндры соответствующего диаметра. Ясно, что каждая пластина неоднородна по своим физико-химическим свойствам, в силу чего микрочипы в разных местах пластины будут слегка отличаться друг от друга. Но цилиндр, из которого были нарезаны пластины, также неоднороден по длине, поэтому свойства различных пластин будут также слегка различны. Наконец, слитки кремния – разные цилиндры – тоже отличаются друг от друга. В результате варибельность свойств микрочипа будет складываться из варибельности по пластине, варибельности от пластины к пластине в рамках одного слитка и варибельности от слитка к слитку. Предположим теперь, что мы строим ККШ типа $\bar{X} - R$ и формируем подгруппы так, что в каждую подгруппу входят замеры параметров на одной пластине. Тогда значения размаха будут отражать только варибельность внутри пластины, и, следовательно, границы, рассчитываемые по среднему размаху, заведомо не будут учитывать варибельность от пластины к пластине и от слитка к слитку. Если же мы возьмем данные, полученные по разным пластинам из одного слитка, то тогда мы потеряем варибельность между слитками. На статистическом языке это называется вариациями внут-

3. С чисто технической стороны применение ККШ не представляет никаких проблем. Но есть три подводных камня, препятствующих эффективному использованию этого инструмента в реальной жизни:

1. Выбор типа ККШ в зависимости от процесса.
2. Выбор длительности фазы 1.
3. Выбор объема и правила формирования подгрупп.

Принципиальный момент состоит в следующем: все эти три проблемы не имеют формализованного решения. Их можно и нужно решать путем соединения глубокого понимания сути процесса с пониманием принципов и техники ККШ (для чего, чаще всего, нужно создавать подходящую команду.)

Правило	Описание правила		
Правило 1	Точка лежит выше (ниже) верхнего контрольного предела		
Правило 2	Из трех последовательных точек две лежат выше (ниже) ЦЛ более чем на два стандартных отклонения		
Правило 2'	Две последовательные точки лежат выше (ниже) ЦЛ более чем на два стандартных отклонения		
Правило 3	Из пяти последовательных точек четыре лежат выше (ниже) ЦЛ более чем на одно стандартное отклонение		
Правило 3'	Четыре последовательные точки лежат выше (ниже) ЦЛ более чем на одно стандартное отклонение		
Правило 4	Семь последовательных точек лежат выше (ниже) ЦЛ		
Правило 5	Шесть последовательных точек расположены в порядке монотонного возрастания (убывания)		
Правило 6	Среди десяти последовательных точек существует подгруппа из восьми точек (считая слева направо), которая образует монотонно возрастающую (убывающую) последовательность		
Правило 7	Из двух последовательных точек вторая лежит, по крайней мере, на четыре стандартных отклонения выше (ниже) первой		

Примечание: ЦЛ - центральная линия

Пояснение, как пользоваться табл.2 и рис.4:

Возьмем, например, правило 3: Из пяти последовательных точек четыре лежат выше (ниже) ЦЛ более чем на одно стандартное отклонение. Берем на рис.2 выноску №3, отсчитываем от неё пять точек назад, и видим, что из этих пяти точек четыре лежат выше ЦЛ более чем на одно стандартное отклонение (номера точек по порядку слева направо 2,3,5,6), а одна точка - №4 – лежит внутри первой полосы, т.е. ниже, чем на одно стандартное отклонение, от ЦЛ. Правило 3' – это просто модификация правила 3. И т.д.

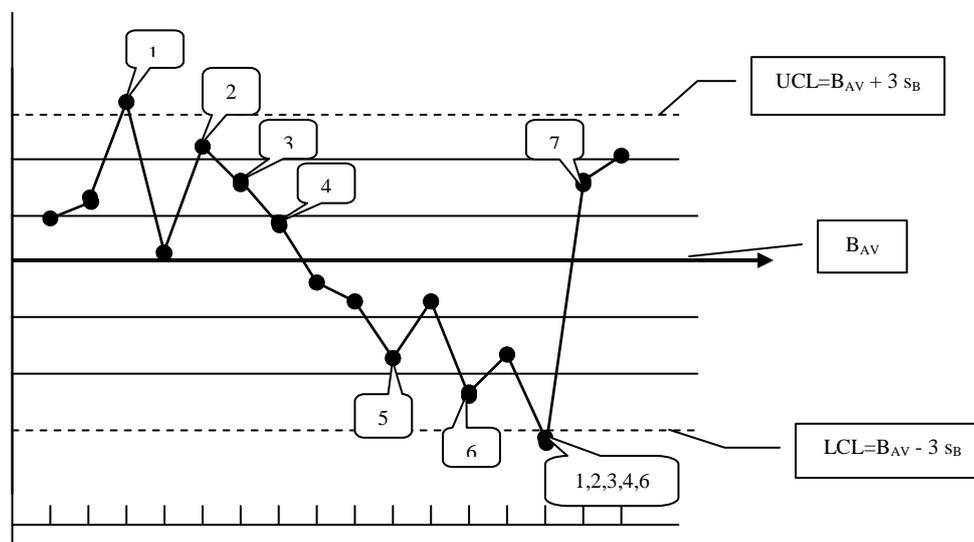


Рис.4

ри подгрупп, между подгруппами и от партии к партии. Один из способов решения проблемы построения ККШ для таких данных, рекомендуемый в [Уилер, Чамберс (2009)] – это взять средние значения по подгруппам, и построить для них карту индивидуальных значений и скользящего размаха ($x-mR$). Другой способ, описанный в [Woodall, Thomas (1995)] – это аккуратно учесть все компоненты вариабельности, для чего надо, по сути, выполнить дисперсионный анализ всех данных, собранных на этапе предварительных исследований¹⁰. Мы остановились на этой проблеме, т.к. это – один из трех подводных камней на пути правильного применения ККШ (см. врезку 3).

Теперь вернемся к проблеме расчета СО по значению размаха.

Этим вопросом занимались многие статистики в разных странах [Дунин-Барковский, Смирнов (1955), Шор (1962), Сархан, Гринберг (1970), Боярский (1972)]. В частности, Дэйвид в своей монографии о порядковых статистиках [Дэйвид (1979)] подробно рассмотрел возможность использования в качестве «быстрой» статистики оценку стандартного отклонения через выборочный размах R :

$$\hat{\sigma}_R = \frac{\hat{R}}{d_n}, \text{ где } d_n = M\left(\frac{R}{\sigma}\right). \quad (3)$$

Дэйвид отмечает, что для нормального закона вопрос об эффективности этой оценки хорошо изучен, а величина отношения дисперсии обычной оценки СО (σ_{n-1}) к дисперсии оценки через размах (σ_R) достаточно подробно табулирована. В итоге статистики пришли к следующим выводам: для числа элементов подгруппы $1 \leq n \leq 12$ эффективность приемлема (от 1 до 0,814), причем она очень хороша (т. е. близка к единице) для $1 < n \leq 5$ (от 1 до 0,955). В ряде учебников утверждается - пишет Дэйвид - что данную оценку нельзя использовать при отсутствии нормальности распределения в связи с тем, что размах, который включает лишь экстремальные наблюдения, связан с неэффективностью и обладает большой чувствительностью к виду распределения. Однако потеря эффективности не имеет практической важности, а чувствительность к виду распределения еще менее обоснована. В 1954 году для большого числа распределений было показано как теоретически, так и эмпирически [Cox (1954)], что $M\left(\frac{R_n}{\sigma \cdot d_n}\right)$ чуть меньше

единицы для $1 < n \leq 5$. Таким образом, R_n / d_n будет стремиться немного «переоценить» σ для большинства распределений, отличных от нормального.

4. В книге Дэйвида есть весьма полезное для практики примечание (с.185): Эмпирически d_n приближенно равно \sqrt{n} ($n \leq 10$). Поэтому отношение R/n дает грубую оценку СО среднего, т.е. оценку для σ / \sqrt{n} .

В литературе по КК коэффициент d_n часто обозначают через d_2 . Т.к. СО среднего в \sqrt{n} меньше СО исходных величин, то, например, для карты $\bar{X} - R$ из формулы (1) легко получить, что верхний контрольный предел будет отстоять от ЦЛ на расстояние

$$3\hat{\sigma}_{\bar{X}} = 3\frac{\hat{\sigma}_x}{\sqrt{n}} = 3\frac{\bar{R}}{d_2\sqrt{n}} = A_2\bar{R}$$

¹⁰ Напомним, что границы должны рассчитываться по данным о самом процессе (больше их взять просто неоткуда), поэтому, когда мы начинаем вести ККШ, мы должны взять некоторую часть данных, определить по этому набору данных значения ЦЛ и контрольные пределы, а уже потом вести мониторинг стабильности процесса. В литературе по КК эту часть данных принято называть этапом предварительного исследования или фазой I.

Так возникают коэффициенты, которые приводятся во всех справочных материалах по ККШ.

Здесь практика снова преподнесла статистикам сюрприз: оказалось, что для карты $x-mR$ (см. врезку 5), значение CO , вычисляемое по формуле (2-3), может заметно отличаться от значения σ_{n-1} .

Как правило, значение σ_{R/d_2} оказывается меньше, а карта становится более чувствительной к обнаружению специальных причин вариаций. Возможной причиной этого может быть тот факт, что скользящий размах по самому способу его расчета учитывает последовательность, в которой данные возникают в процессе, тогда как обычная формула эту последовательность игнорирует. И снова рекомендации книги [Уилер, Чамберс (2009)] и наши: использовать для расчета границ средний скользящий размах, и не использовать обычную формулу для σ_{n-1} .

В 2001 году Вудал и Монтгомери вернулись к проблеме оценки вариабельности через размах [Woodal, Montgomery (2001)]. Дело в том, что традиционная оценка стандартного отклонения через размах (формула (2-3) или (3)) позволяет получить несмещенную оценку стандартного отклонения - σ . Однако если нам нужна несмещенная оценка не σ , а её квадрата (т.е. дисперсии), а именно это обычно требуется, например, при анализе систем измерения [Анализ измерительных процессов (2003), ГОСТ Р 51814-2005], то следует использовать другой множитель, обозначаемый d_2^* :

$$\hat{\sigma}_{R/d_2^*} = \frac{\bar{R}}{d_2^*} \quad (4)$$

Множитель d_2^* зависит не только от объема подгрупп n , но и от их числа m [Mahmoud et al. (2010)]:

$$d_2^* = (d_2^2 + \frac{d_3^2}{m})^{1/2}, \quad (5)$$

где d_3 – это корректирующий множитель, позволяющий получить несмещенную оценку стандартного отклонения по стандартному отклонению размаха, т.е. $\sigma_R = d_3 \sigma$. И так как коэффициенты d_2 и d_3 приводятся практически во всех руководствах и книгах по SPC, то использование формулы (5) позволяет обойтись без специальных таблиц для коэффициента d_2^* (см., например, таблицу в Приложении С в [Анализ измерительных процессов (2003)]).

Ещё одна проблема, связанная с расчетом границ на ККШ, вызвана тем, что на практике мы обычно не знаем ни истинного среднего для интересующего нас процесса, ни соответствующего стандартного отклонения, и определяем их по некоторому количеству начальных подгрупп (фаза I). Если число этих исходных подгрупп невелико, найденные нами значения \bar{X} и \bar{R} (если рассмотреть обычную карту среднего и размахов) будут

5. Интересно, что ни Шухарт, ни Деминг никогда не использовали карту индивидуальных значений. В сети Деминга в Интернете - <http://deming-network.org/> - в 2002 году была дискуссия о том, кто и когда впервые предложил этот тип ККШ. Хотя полной уверенности в окончательном ответе не появилось, большинство участников согласилось с мнением Б. Вудала (B. Woodall), который считает, что карта $x-mR$ впервые была описана в статье авторов **J.Keen, D. Page** в журнале *Applied Statistics*, vol. 2, Issue 1, March 1953, pp. 13-23.

сильно отличаться от истинных значений (см. врезку 6). Это означает, что вероятности выхода точки за границы контрольной карты, на которые ориентирует нас теория, будут существенно иными. В самом деле, классическая теория ККШ, опирающаяся на гипотезу о нормальности распределения интересующего нас параметра, дает для значения вероятности выхода точки за любую из границ ККШ (вероятность ошибки 1-го рода) величину, равную 0,0027 для карты средних, и 0,0046 для карты размахов. Хильер (Hillier) в одной из первых по этой проблеме работ в 1969 году показал [Hillier (1969, табл.1)], что, если мы будем рассчитывать границы на ККШ по стандартным формулам (где для карты средних в (1) вместо \bar{X} надо подставить \bar{X} , вместо k_1 и $k_2 - A_2$, вместо $\bar{s} - \bar{R}$), то, например, при $m = 5$ вероятность выхода точки за границы карты средних будет равна 0,012 (т.е. в 4,4 раза больше теоретического значения), а вероятность выхода за границу карты размахов – 0,018 (в 3,9 раза больше). Именно в этом смысле Хильер называет такие границы ненадежными. Согласно той же табл.1 статьи Хильера границы на ККШ становятся надежными (т.е. близкими к теоретическим значениям) при числе подгрупп, близком к 100.

Работа [Quesenberry (1993)] продолжает работу Хильера в том смысле, что в ней анализируется, насколько границы, рассчитываемые по данным фазы I, могут отличаться от границ, если бы среднее и стандартное отклонение генеральной совокупности были бы нам известны. Квезенбери считает работу Хильера не вполне точной, т.к. там не учтен тот факт, что выход точек B_i и B_j за границы ККШ для $i \neq j$ – события не независимые, а это означает, что геометрическое распределение не применимо для расчета соответствующих вероятностей. В качестве доказательства Квезенбери вычисляет ковариацию между величинами $(\bar{X}_i - B\hat{K}II)$ и $(\bar{X}_j - B\hat{K}II)$, которая оказывается равной $\text{var}(B\hat{K}II)$. Учет этого обстоятельства приводит Квезенбери к выводу о том, что границы ККШ становятся надежными (в описанном выше смысле) при числе подгрупп $400/(n-1)$ для карты средних и при наличии не менее 300 точек для карты индивидуальных значений. Однако хотя ВКП и НКП, вычисленные по оценкам среднего и стандартного отклонения, действительно случайные величины (если рассматривать процесс построения ККШ в целом), процедура построения ККШ предусматривает фиксированный объем данных в фазе I, выбираемый не из статистических соображений. Другими словами, рассчитанные на этапе предварительных исследований (фаза I) границы – это уже не случайные величины, а константы (отличающиеся, естественно, от значений, вычисленных по истинным параметрам). Поэтому мы считаем, что поправки, предложенные Хильером (см. выше) остаются в силе (он учитывал только изменение значений границ), а анализ, проделанный в работе [Quesenberry (1993)], в данном случае не применим (точнее, он применим для фазы I, и не применим для фазы II). Ниже мы ещё вернемся к этому вопросу.

Сравнение эффективности различных типов КК

Как только разных КК стало много, возник вопрос об их сравнительной эффективности. В 1950 году в работе [Agoian, Levene (1950)] был предложен метод сравнения различных типов контрольных карт, основанный на анализе распределения длины серии (run length = RL). Суть этого метода такова. Если наносимые на карту статистики независимы и одинаково распределены, то случайная величина RL , представляющая собой число точек до появления первого сигнала о разладке процесса (т.е. число точек до выхода точки за верхний или нижний контрольные пределы), будет геометрической случайной величиной с параметром q , равным вероятности этого события. Действительно, событие "выход точки за границы на k -м шаге" означает, что на первых $k-1$ шагах точка не выходит за контрольные пределы, откуда

$$\text{Pr}\{\text{сигнал на шаге } k\} = (1-q)^{k-1}q, \quad k=1, 2, \dots, \quad (6)$$

где буквой q мы обозначили вероятность выхода точки за контрольные пределы. Формула (6) и есть геометрическое распределение, имеющее математическое ожидание [Хастингс, Пикок (1980)] $1/q$. Математическое ожидание случайной величины RL получило название «средняя длина серии = СДС» (Average Run Length = ARL), откуда получаем известную формулу [Montgomery (2009, (5.2))]:

$$ARL = \frac{1}{q} \quad (7)$$

Эта формула широко используется для оценки эффективности ККШ и сравнения различных типов карт. Следуя работе [Montgomery (2009)], обозначим вероятность выхода точки за контрольные пределы при условии, что процесс стабилен, через α (вероятность ошибки первого рода), а вероятность не выхода точки за контрольные пределы при условии, что процесс не стабилен, через β (вероятность ошибки второго рода). Тогда из формулы (7) сразу имеем:

$$ARL_0 = \frac{1}{\alpha}, \quad (8)$$

где ARL_0 – средняя длина серии для стабильного процесса,

$$ARL_1 = \frac{1}{1 - \beta}, \quad (9)$$

где ARL_1 – средняя длина серии для нестабильного процесса.

Именно анализ СДС стал одним из главных аргументов при сравнении ККШ с кумулятивными картами и картами EWMA. Дело в том, что статистики, используемые в картах CUSUM и EWMA - накапливаемые (кумулятивные), поэтому они более чувствительны к малым изменениям, например, среднего значения. Положим, к примеру, что среднее процесса увеличилось на одну сигму. Тогда для ККШ при обычных трехсигмовых границах величина β будет равна примерно 0,977 (вероятность не превышения значения 2σ по любым таблицам нормального распределения), откуда $ARL_1 \approx 44$ выборки. Таким образом, смещение распределения на одну сигму обычная ККШ обнаружит в среднем через 44 точки. Кумулятивная контрольная карта обнаружит такое же смещение в среднем через $9 \div 11$ выборки в зависимости от одного из параметров её построения (см. табл. 9.3 в [Montgomery (2009)]). Примерно столько же потребуется и карте EWMA.

Заметим, что использование СДС в качестве характеристики эффективности контрольных карт подверглось критике со стороны ряда исследователей. Одна из причин критики вызвана сильной асимметричностью геометрического распределения, в силу чего среднее значение оказывается не очень показательной характеристикой.

Дискуссии и обзоры по ККШ

О дискуссии в журнале "*Quality Progress*" в 1996-1997 гг. мы уже выше писали.

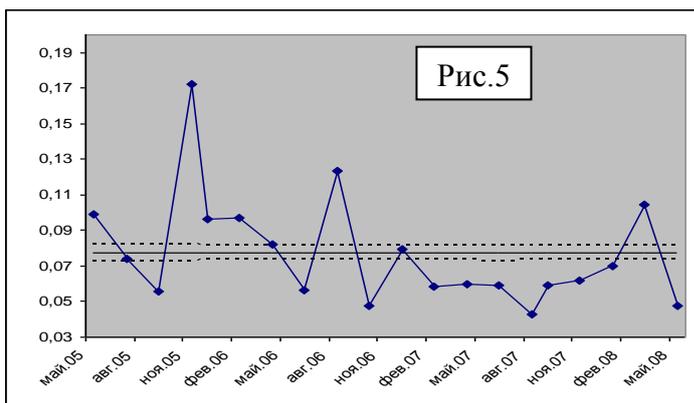
В 1997 году в журнале "*Journal of Quality Technology*" проходит дискуссия о статистическом мониторинге и статистическом управлении процессами (*JQT, vol. 29, No. 2, April 1997, с. 120-196*). Среди основных материалов этой дискуссии особого упоминания заслуживает статья одного из ведущих экспертов в области SPC – Билла Вудалла, который сделал обзор состояния дел в области карт качественного типа и привел почти исчерпывающую библиографию по атрибутивным картам из более, чем 250 наименований [Woodall (1997)]. В этом обзоре литература упорядочена по следующим темам: статистические свойства и эффективность карт, методы CUSUM и EWMA, влияние переменного объема выборок, влияние ошибок контроля, нарушение обычных допущений, работа с короткими сериями, методы Байеса, многомерные методы и нечеткие множества, применения атрибутивных карт, экономические проблемы, контроль по правилу Э. Деминга "Все-или-ничего". В конце статьи Вудалл сформулировал основные направления дальнейших работ в области контрольных карт по качественному признаку:

- анализ чувствительности карт по отношению к улучшению качества;
- влияние ошибок измерения на сгруппированные данные;
- применение карт с переменными, описываемыми логистической регрессией;
- анализ эффективности карт данного типа для обнаружения трендов;
- анализ работы карт для доли несоответствий при наличии общей причины вариабельности, действующей между партиями;

- влияние корреляции на свойства качественных карт;
- влияние использования оцененных параметров на эффективность карт;
- использование многомерных CUSUM и EWMA карт для качественных данных;
- исследование работы карт, основанных на геометрическом распределении, с точки зрения экономики.

Заметим, что карты геометрического типа могут возникать в часто встречающейся на практике ситуации, когда событие, относительно которого мы ведем ККШ, оказывается редким. В этом случае карта будет представлять последовательность большого числа нулевых значений с редко возникающими единицами. Такая карта оказывается весьма малочувствительной [Montgomery (2009), Wheeler (1995)], и один из выходов из этой ситуации состоит в том, чтобы строить карту числа противоположных событий (т.е. вместо карты числа дефектов, скажем, строить карту числа бездефектных изделий). Тогда, как легко сообразить, вместо распределения Пуассона или биномиального распределения может возникнуть геометрическое распределение. Другой выход из этой ситуации – строить карту $x-mR$ для времени между моментами возникновения редких событий – предлагается в [Уилер, Чамберс (2009), Wheeler (1995)].

Ещё один важный для практики момент, на который мы хотели бы обратить внимание читателей – это карты с большой вариабельностью между партиями. Такая ситуация была рассмотрена в статье [Адлер, Жулинский, Шпер (2009)] на примере анализа падежа бройлеров [Натальченко (2009)]. Картинка ККШ имеет вид, показанный на рис.5. Как видно из рисунка, точек внутри зоны между пределами практически нет – это говорит о том, что с границами на ККШ что-то не так. Такого типа карты обычно возникают, когда доля дефектности мала и допущение о том, что она



одна и та же для всех выборок неприменимо. Именно это допущение лежит в основе формул для расчета пределов на карте p -типа, и, судя по разбросу точек, оно вряд ли может быть признано разумным в данном случае. Конечно же, у статистиков давно готов ответ на вопрос, что делать в этом случае? Один из ответов, рекомендуемый в [Уилер, Чамберс (2009)], и описанный в [Адлер, Жулинский, Шпер (2009)] – строить карту $x-mR$. Другой

выход описан в работе [Laney (2002)]. Там предлагается строить карту индивидуальных значений по нормированным обычным образом значениям долей, а затем рассчитывать скорректированные переменные границы на этой карте, причем корректирующий множитель как раз и учитывает вариабельность процесса, не объясняемую биномиальной моделью.

В 1998 году в журнале "Technometrics" проходит дискуссия на тему "Основные вызовы для статистиков в области бизнеса и промышленности" (*Technometrics, August 1998, vol. 40, No. 3*). Как видно из темы, эта дискуссия носила более общий характер, нежели две предыдущие. Но мы решили в данном обзоре не останавливаться на вышеупомянутых дискуссиях, потому что в 1999 году появляется большой обзор двух ведущих экспертов мирового уровня (Б. Вудал и Д. Монтгомери) на тему "Проблемы и идеи в области статистического управления процессами" [Woodall, Montgomery (1999)], а потом в 2000 году снова в журнале "Journal of Quality Technology" проходит дискуссия на тему "Разногласия и противоречия в статистическом управлении процессами". Именно так называется статья Билла Вудала, открывающая эту дискуссию [Woodall (2000)], и именно статью Вудала, Монтгомери (1999) и дискуссию 2000 года мы решили осветить в нашем обзоре более подробно. Во-первых, потому, что основные проблемы, обсуждавшиеся в предыдущих дискуссиях, были снова подняты, и, во-вторых, потому, что эти материалы оказались последним по времени широким обсуждением мировой научной общественностью вопросов, связанных с ККШ.

В соответствии с [Woodall, Montgomery (1999)] статистическое управление качеством (Statistical Quality Control = SQC) состоит из приемочного контроля, статистического мониторинга и управления процессами (SPC), планирования экспериментов (DoE) и анализа воспроизводимости. Целью статьи [Woodall, Montgomery (1999)] было "поощрить развитие исследований в области контрольных карт и SPC". Вот основные предложенные направления развития исследований:

- i. Методы SPC должны быть развиты в сторону работы с гигантскими объемами данных. Возможно, непараметрические методы окажутся особо полезными для этого.
- ii. Многоступенчатые процессы и измерения должны быть включены в сферу SPC, равно как и анализ прослеживаемости вариаций.
- iii. Большинство исследований до сих пор было сосредоточено на анализе среднего процессов. Надо уделить большее внимание анализу вариабельности, особенно для многомерных ситуаций.
- iv. Требуется большее внимание к влиянию оценивания на параметры контрольных карт.
- v. Учитывая трудности интерпретации многомерных карт, надо развивать методы визуализации и сжатия данных.
- vi. Следует переходить от качественных к количественным картам. В области карт качественного типа есть ещё ряд нерешенных вопросов.
- vii. Надо развивать работы в области экономических моделей контрольных карт, анализируя как улучшения, так и ухудшения качества.
- viii. Надо более энергично развивать направление, связанное с анализом точки сдвига, и сближать этот подход с традиционными подходами.
- ix. Нужны обзорные работы в области новых направлений исследований.
- x. Надо развивать компьютерные программы и публиковать их в научных журналах.
- xi. Надо заимствовать идеи из смежных областей статистики, например, из эпидемиологии, анализа выбросов, экономики, финансов.
- xii. Надо шире публиковать результаты применения SPC на практике.
- xiii. Надо проделать большую работу, чтобы сделать ряд результатов, полученных профессиональными математиками, доступным для практиков.

В заключение своего обзора Вудал и Монтгомери выражают резкое несогласие с тезисом Деминга о том, что ККШ хорошо работает в широком диапазоне условий, и никому не удалось улучшить её работу с тех пор, как она была изобретена Шухартом. Их точка зрения: хотя ККШ очень широко используется, предложено много улучшений и новых подходов, и ещё больше проблем ждет своих исследователей.

В работе Вудала 2000 года сформулированы следующие проблемы [Woodall (2000)].

(а) Двухэтапный подход к работе с ККШ.

Следует тщательно различать две фазы работы с ККШ. В фазе I мы анализируем исторические данные с целью ответа на вопрос, находится ли процесс в статистически стабильном (управляемом) состоянии. В фазе II мы регулярно извлекаем выборки из стабильного (управляемого) процесса с целью обнаружить сигналы о выходе процесса из стабильного состояния.

(б) Контрольные карты и проверка гипотез.

Вудал излагает позиции обеих сторон в этом споре (выше мы описали эту ситуацию как различие в операциональном и статистическом подходах) и делает вывод: контрольные карты в фазе I скорее служат инструментом исследовательского анализа, однако в фазе II контрольная карта сильно напоминает повторяющуюся проверку гипотез, поскольку, как считает Вудал, в фазе II форма распределения и его параметры считаются известными, особенно, если в качестве специальной причины анализируется устойчивый сдвиг параметра. Стоит отметить, что один из участников дискуссии 2000 года - Эндрю Палм - предложил рассматривать не два, а три этапа работы с КК [Palm (2000)]:

Стадия А – настройка ККШ, где устанавливается центральная линия и происходит расчет и нанесение контрольных границ после того, как собраны данные;

Стадия В – улучшение процесса, которая включает совершенствование оборудования, окружающей среды, улучшение используемых материалов, измерительной системы, включая работу людей. После всего этого контрольные пределы и центральная линия пересчитываются;

Стадия С – мониторинг процесса, где мы обнаруживаем новые специальные причины после стадии В.

В послесловии к дискуссии Вудал отметил, что при таком подходе *Стадия В* всего лишь избавляет нас от рассмотрения перехода от *Фазы I* к *Фазе II*. Однако использование трех стадий все же имеет свои преимущества, поскольку выделенная в [Palm (2000)] *Стадия В* не подходит ни к *Фазе I*, ни к *Фазе II* в их обычной интерпретации.

(в) Роль теории.

Здесь Вудал снова обсуждает разногласия между сторонниками операционального и статистического подходов, а также отмечает, что в фазе I анализ эффективности карт обычно выполняется с помощью расчета вероятности сигнала о выходе из управляемого состояния. В фазе II для анализа часто используют распределение длины серии, и значение СДС (ARL). Большинство работ по КК основано на допущениях о нормальности распределения изучаемого параметра и независимости выборок во времени. Вудал признает, что при начальном изучении процесса эти допущения не нужны, хотя бы потому, что в фазе I никакие допущения о распределении невозможно проверить. Отмечено, что многие авторы принимают допущения о нормальности и независимости, не формулируя их в явном виде. Часто это происходит из-за желания иметь вероятность для сигнала о ложной тревоге в фазе II, равную 0,0027, хотя, как показано в работе Квезенбери [Quesenberry (1993)], это значение может быть достигнуто, только если параметры оценены по очень большому числу выборок.

Далее Вудал отмечает, что есть существенные разногласия по вопросу о влиянии автокорреляции на ККШ. Уилер [Wheeler (1995)] считает, что автокорреляция незначительна вплоть до относительно больших значений (одношаговый коэффициент корреляции $\geq 0,7$). Его рассуждения основаны на том факте, что наличие автокорреляции слабо влияет на контрольные пределы. Ряд других авторов, включая и Вудала, считают, что автокорреляция оказывает заметное влияние на статистические свойства КК при гораздо меньших значениях (см. [Montgomery (2009, §10.4)], [Woodall, Faltin (1993)] и приведенные там же ссылки).

В этом же разделе обзора Вудал отмечает, что, к сожалению, многие практики пренебрегают анализом фазы I и не уделяют внимание ряду других, жизненно важных вопросов, таких, как выбор характеристик качества, правила отбора выборок, методы измерений, разбиение данных на подгруппы. Эти вопросы мало освещены и в общей литературе по SPC.

(г) Другие контрольные карты и методы.

В этом разделе обзора Вудала подчеркивается, что карты CUSUM и EWMA намного эффективнее ККШ для обнаружения малых и средних устойчивых сдвигов в параметрах распределения, хотя при использовании дополнительных правил чтения ККШ разница в эффективности карт уменьшается. Однако карты CUSUM и EWMA не могут "полностью заменить карту Шухарта, которая может использоваться для обнаружения более широкого спектра специальных причин" [Woodall (2000)] (Курсив наш, АМШ). Поэтому, замечает Вудал, часто рекомендуется использовать шухартовские пределы совместно с картой CUSUM или EWMA.

Здесь же Вудал обсуждает и ряд менее известных методов анализа. В частности, он выступает резко против предложенного Дорианом Шайниным метода, так называемого, предконтроля (см., например, [Montgomery (2009, §10.11.4)] или [Статистическое управление процессами (2006, с.101-106)]). К сожалению, отмечает он, мало используются такие методы, как многомерные карты [Wierda (1994)], карты с переменным объемом выборки и переменным интервалом их извлечения [Costa (1997)], карты точки сдвига (см. выше) и т.п. С другой

стороны, есть два широко используемых метода, которые Вудал призывает исключить из практики. Это – одно из дополнительных правил чтения ККШ, гласящее, что ряд последовательно возрастающих или убывающих точек служит сигналом наличия специальной причины вариабельности (например, правило семи точек рекомендовано в руководстве по SPC в ТУ 16949 [Статистическое управление процессами (2006)]). Как было показано в [Davis, Woodall (1988), Walker et al. (1991)], это правило не эффективно для обнаружения тренда среднего значения. Кроме того, Вудал предлагает отказаться от использования скользящего размаха для анализа изменений вариабельности процессов. Со ссылкой на работы [Sullivan, Woodall (1996), Rigdon et al. (1994)] он утверждает, что скользящий размах не эффективен для данной цели, и рекомендует использовать карту точки сдвига для обнаружения устойчивого изменения вариабельности в фазе 1 [Sullivan, Woodall (1996)]. Не вдаваясь здесь в дискуссию, заметим, что вышеуказанный вывод получен для традиционной модели нормально распределенных независимых параметров, и будет ли он справедлив "для обнаружения более широкого спектра специальных причин" – неизвестно.

После 2000 года, насколько нам известно, широких дискуссий по ККШ не было. Поэтому в конце этого раздела мы остановимся на нескольких обзорных статьях, появившихся в уже в 21 веке.

В обзоре 2004 года [Woodall et al. (2004)] Вудал, Спитцер, Монтгомери и Гупта обсуждают проблемы применения контрольных карт для мониторинга "профиля качества продукта или процесса". Речь идет о ситуациях, когда мы, например, измеряем какой-то параметр одновременно на нескольких изделиях и во многих точках, распределенных по поверхности каждого изделия. Авторы считают развитие этого направления очень перспективным, но мы в нашем обзоре на нем не останавливаемся.

В обзоре 2006 года Вудал анализирует проблемы применения контрольных карт в медицине и здравоохранении [Woodall (2006)]. Однако он не рассматривает использование простых ККШ, ссылаясь на опубликованные по данной теме книги [Carey (2003), Hart, Hart (2002), Morton (2004)].

Ещё один обзор, вышедший в 2006 году, посвящен анализу проблемы влияния оценивания параметров на свойства контрольных карт [Jensen et al. (2006)]. Вопросы, которые подлежат исследованию в этом направлении, сформулированы в начале статьи следующим образом:

"Как плохо (или хорошо) может работать карта, если она построена с помощью оценок вместо известных параметров?"

Какой объем выборки нужен в фазе I, чтобы обеспечить адекватную эффективность в фазе II?

Как следует подогнать пределы в фазе II, чтобы скомпенсировать объем выборки, использованный в фазе I?"

Ответы на эти вопросы ищутся, естественно, путем расчета вероятности сигнала о наличии специальной причины вариабельности или путем расчета значений ARL. Следуя работе [Quesenberry (1993)], авторы считают, что когда параметры оценены, распределение длины серии перестает быть геометрическим, что приводит к ряду аналитических и вычислительных проблем. Основное содержание обзора (в части интересующих нас ККШ¹¹) составляет информация о работах, в которых сравнивалась эффективность работы карт при различных способах оценки истинного стандартного отклонения σ_0 . Например, оценка значения σ_0 для стабильного состояния, требуемая для расчета границ на карте средних, и получаемая по данным фазы I, может быть сделана с помощью среднего размаха ($\hat{\sigma}_R$), среднего стандартного отклонения ($\hat{\sigma}_s$), смешанного стандартного отклонения ($\hat{\sigma}_{s_p}$) и полного стан-

¹¹ В обзоре кроме ККШ рассмотрены карты CUSUM и EWMA.

дартного отклонения ($\hat{\sigma}_{s_{m-1}}$). На самом деле этим не исчерпываются возможности статистиков: в обзоре упомянуты работы, в которых кроме этих оценок рассматривались оценки, основанные на абсолютных отклонениях от среднего, и оценки, основанные на отклонениях от медианы. Результаты всех работ сходятся в том, что для получения границ ККШ, дающих такие же вероятности, как в случае, когда параметры известны, нужны в разы большие объемы выборок. Во многих работах показано, что для построения карты индивидуальных значений предпочтительной оценкой будет оценка через скользящий размах ($\hat{\sigma}_{mR}$), а для карты средних – через значение $\hat{\sigma}_{s_p}$. В конце обзора сформулировано 13 направлений дальнейших исследований, среди которых влияние оценивания параметров на карты качественного типа, на карты, использующие дополнительные правила серий, многомерные карты, на пересчет границ по мере накопления данных и т.д. Не углубляясь в дискуссию, заметим, что с точки зрения операционального подхода *границы на ККШ не устанавливают никаких вероятностей*, и тогда все эти расчеты не имеют большого практического смысла (но, конечно же, нужны для развития наших модельных представлений и статистической базы ККШ).

Статья [Chakraborti et al. (2009)], вышедшая в 2009 году, посвящена обзору работ по первой фазе построения КК. Авторы разбирают два подхода к установлению границ на ККШ. Один, названный ими FAR (False Alarm Rate) – интенсивностью ложных сигналов, – определяется в [Chakraborti et al. (2009)] как вероятность ложного сигнала для каждой выборки (т.е. 0,0027 при обычных допущениях). Другой подход основан на величине FAP (False Alarm Probability) – вероятности ложного сигнала – определяется как вероятность, по крайней мере, одного ложного сигнала в фазе I¹². Легко сообразить, что для обычной карты средних в случае независимости данных между подгруппами соотношение между этими двумя величинами имеет вид

$$FAP = 1 - (1 - FAR)^m.$$

Авторы работы [Chakraborti et al. (2009)] считают FAP более разумным критерием для установления границ чем FAR, так как при расчете этой вероятности приходится учитывать и отличие рассчитанных в фазе I границ от параметров генеральной совокупности, и эффект множественных сравнений (мы должны сравнивать статистику для каждой подгруппы с одними и теми же контрольными пределами). На наш взгляд авторы забывают, что цель ККШ – своевременно дать сигнал о необходимости вмешательства или невмешательства в процесс, а вовсе не более точный с точки зрения статистики расчет вероятности ложного сигнала. И с этой – операциональной точки зрения – данная работа представляет лишь теоретический интерес.

Разное

ККШ и Энтропия.

Нет сомнения в том, что для любой замкнутой системы выполняется второй закон термодинамики. Это значит, что если такую систему предоставить самой себе, то она обязательно, рано или поздно, скорее рано, придет в состояние хаоса. Поэтому наивно думать, что построив ККШ для произвольной системы, мы обнаружим управляемый процесс. Скорее наоборот, что вполне подтверждается практикой, этот процесс будет не управляемым. Исходя из этого, Уилер и Чамберс построили классификацию возможных состояний процесса. На это обстоятельство обращают внимание Бокс и Нарасимхан в недавней работе [Box, Narasimhan (2010)]. Они сомневаются в целесообразности предположения о стационарности модели процесса, поскольку она противоречит второму закону. («Если ваша теория противоречит второму закону, у вас нет надежды», как писал Эддингтон в 1935 году). А если процесс не стационарен, то нет основания говорить о среднем, относительно которого варьируют

¹² Идея этого подхода в [Chakraborti et al. (2009)] взята из работы [King (1954)].

данные. Да и оценить это среднее по прошлым данным тогда не удастся. Хотя у нас нет среднего, зато всегда есть целевое значение. (На это давно обратил внимание Тагути).

Как же, все-таки, на практике удастся поддерживать многие процессы в управляемом состоянии в течение длительного времени? Здесь термодинамика не оставляет нам выбора: только за счет введения в систему энергии извне. Тогда ККШ можно рассматривать как индикатор того, что система требует дополнительной энергии. А поскольку для этого нужны ресурсы и время, задача состоит в том, чтобы минимизировать расход дополнительной энергии и увеличить, насколько можно, интервалы времени между внешними воздействиями.

Один из возможных способов организации таких воздействий – это автоматическое регулирование с обратной связью. Бокс и его ученики неоднократно рассматривали эту возможность [Bisgaard, Kulahci (2005); Vox, Kramer (1992); Vox, Luceno (1994)]. Остается, конечно, и «ручной» способ, который рассматривали Шухарт и Деминг.

Способность системы рассеивать энергию связана с ее вариабельностью, и борьба с ней – прерогатива высшего менеджмента. В системе, подвергаемой внешним воздействиям, второй закон термодинамики не действует. Но энергетическая эффективность системы будет тем выше, чем ниже ее естественная вариабельность. Речь идет о цене, которую мы платим за стабильность во времени. Так солнце, питая энергией нашу землю, сохраняет пока на ней жизнь. При этом «энтропия мира стремится к максимуму». Нам представляется, что, хотя рассмотрение нестационарной модели и ее следствий поучительно и полезно, для практики это пока не имеет большого значения.

ККШ и планирование экспериментов (ПЭ).

Большая дискуссия, связанная с сопоставлением ККШ и ПЭ прошла недавно на страницах журнала «Quality Engineering» [Bisgaard (2008)]. Главный вопрос дискуссии звучал просто: «Надо ли требовать достижения статистической управляемости перед проведением спланированного эксперимента?». Основной материал представил ученик Бокса Сорен Бисгаард. Создатель современной теории ПЭ, сэр Рональд Фишер, еще в 1925 году [Fisher (1925)] сформулировал основы новой теории, понимая, что борьба с неоднородностью, нестабильностью, неравномерностью объектов, пространства и времени станет главной проблемой, как и в ККШ. Поэтому он предложил три фундаментальных принципа: рандомизацию, блокирование и дублирование. (Интересно, что это произошло практически одновременно с первыми публикациями У. Шухарта). Можно полагать, что у Госсета (Стьюдента), который посоветовал Фишеру разработать ПЭ и предвосхитил ряд идей Шухарта, и у Фишера, главным в разработке идей ПЭ было стремление к борьбе с отсутствием статистической управляемости.

Областью приложения теории для Фишера были полевые опыты по возделыванию сельскохозяйственных культур. Эта область имеет массу специфических особенностей и, прежде всего, огромные неоднородности почвы, посевного материала, погоды и пр., существенно влияющие на урожайность. Если бы ПЭ требовало статистической однородности или стабильности, оно превратилось бы в чахлое лабораторное растение, не способное жить в условиях поля или цеха. Однако, это не так. Три фишеровских принципа успешно защищают результаты от воздействия мешающих и неучтенных факторов. Именно Дж. Бокс в 1951 году сделал важный шаг, открывший ПЭ дорогу в реальную лабораторную и промышленную практику.

Теперь ПЭ используется в промышленности в тех случаях, когда возникает потребность в оптимизации технологии при вводе в производство нового процесса, при сравнении вариантов технических решений, при выборе подходящих составов тех или иных изделий, а также при совершенствовании стабильных процессов и при поиске решений для выхода из состояния нестабильности. Таким образом, ККШ и ПЭ успешно сочетаются на практике. В США они входят в набор методов статистического управления процессами (SPC). А в Японии Г. Тагути вдохнул в ПЭ новую жизнь, разработав концепцию «робастного» ПЭ [Адлер (1978)]. Тагути употребил термин «робастность» в ином смысле, чем это было принято в статистике после классических работ Бокса начала 60-х годов прошлого века. И для ПЭ и для ККШ классическая робастность, то есть, способность сохранять основные результаты при

нарушениях тех или иных предпосылок, имеют большое значение, как и «противоположное» понятие чувствительности.

Кроме того, ККШ иногда используются как элемент ПЭ, например, в эволюционном планировании промышленных экспериментов (ЭВОП) [Горский, Адлер (1974)].

В последнем за 2009 год номере журнала "*Journal of Quality Technology*" опубликована статья Хокинса, Денга [Hawkins, Qiqi Deng (2009)], посвященная довольно старой проблеме: как вести мониторинг за средним и СО, используя не две отдельные карты, как это обычно делают, а одну. Суть проблемы состоит в том, что в то время, как изменение среднего не влияет на карту СО, изменение СО влияет на обе карты, причем это влияние может оказаться столь значительным, что на карте \bar{x} при отсутствии изменения среднего появятся точки, выходящие за контрольные пределы. В [Hawkins, Qiqi Deng (2009)] выполнено сравнение трех различных подходов к одновременному анализу изменения и среднего, и СО. Первый подход – это традиционная двойная карта $\bar{x} - s$, второй основан на карте обобщенного отношения правдоподобия, третий – на методе Фишера объединения критериев. В результате авторы пришли к выводу, что традиционная карта Шухарта уступает двум другим подходам, особенно при уменьшении вариабельности процесса (хотя и превосходит их по простоте и привычности).

В работе группы авторов в январском номере "*Journal of Quality Technology*" [Zhang Hang et al. (2010)] предлагается новый метод определения продолжительности базового периода для большого набора исторических данных (т.е. выбор из большого числа имеющихся точек процесса тех, какие наилучшим образом соответствуют стабильности и высокому качеству процесса). На наш взгляд, данная работа представляет лишь теоретический интерес, и вряд ли найдет применение в практике хотя бы потому, что выбор базового периода требует привлечения не только формальных математических, но и инженерных и организационных знаний относительно процесса.

Англоязычные книги о ККШ

Книги Уилера (Wheeler) [Wheeler (1993), (1995), (2006)] – это операциональный подход к ККШ с подробным разбором техники правильного построения КК.

Книга Хёрла, Сни [Hoerl, Snee (2002)] – это первая известная нам книга с названием "Статистическое мышление", причем этот термин в [Hoerl, Snee (2002)] трактуется так, как мы описали выше. Нужно отметить, что статистическому мышлению как таковому в книге отведена примерно треть объема, остальная часть книги – вполне традиционный учебник по статистике.

Хорошо известный инженерам по своей замечательной книге "*Статистические модели в инженерных задачах*" (русский перевод вышел в 1969 в соавторстве с С. Шапиро) Джерри Хан совместно с Несипом Доганаксом написал очень полезную книгу [Hahn, Doganaksoy (2008)], содержание которой очень точно передано в её названии: «Роль статистики в бизнесе и промышленности».

Книга Монтгомери 2009 года [Montgomery (2009)] – это очередное, шестое по счету, издание, представляющее собой основательный университетский вводный курс в статистический контроль качества. Автор – активно и много работающий в этой области профессор и член правления Аризонского университета (США).

Книга Дэвиса Балестрачи [Balestracci (2009)] – это практическое руководство по применению ККШ в самых разнообразных ситуациях. Значительная часть текста книги возникла из маленьких заметок, которые автор писал в своей постоянной рубрике (SPC) в журнале "*Quality Digest*" на протяжении нескольких лет. В силу этого обстоятельства книга написана языком, который, на наш взгляд, должен быть понятен совсем малоподготовленному читателю.

В этот же период времени появляется множество книг, брошюр, пособий и т.п. изданий, предназначенных для обучения специалистов самых различных областей применению ККШ для совершенствования тех или иных процессов. Поскольку в данной работе нас интересуют в первую очередь статистические аспекты истории ККШ, мы просто приводим несколько попавшихся под руку примеров подобных работ. Книжечки [The Memory Jogger

(1988), *QI Story* (1991)] – это карманные по формату руководства по применению 7 простых методов, включая ККШ, для осуществления политики кайдзен. Книги [Katsuya Hosotani (1989), Kanji, Arif (2003), Wise, Fair (1998)] – это книги, более подробно описывающие практику использования ККШ в разных ситуациях. Книга [Bare, Vare (1991)] – это самоучитель по ККШ и, одновременно, по методу точно вовремя (Just-In-Time, JIT). Наконец, книга [Levinson, Tumbelty (1997)] – это красиво изданное большого формата пособие по основным понятиям SPC.

Нельзя не отметить тот факт, что в самых читаемых американских журналах по качеству постоянно существует статистическая колонка, где достаточно часто появляются заметки о различных аспектах работы с ККШ. В разные годы такую работу вели Б. Гунтер (B. Gunter) в *Quality Progress*, Д. Уилер (D. Wheeler) и Д. Балестраччи (D. Balestracci) в *Quality Digest*. Как правило, в каждом выпуске подробно анализируется какая-то конкретная проблема и дается квалифицированный совет по её решению.

ККШ на российских просторах

Как ни странно, но нам удалось найти крайне мало научно-исследовательских работ, выполненных в России по ККШ. По-видимому, российских статистиков это направление научных исследований не очень интересовало. Может быть, одной из основных причин было отсутствие какого-либо специального журнала типа "*Journal of Quality Technology*". Это не означает, что статьи по ККШ негде было печатать: выходили и продолжают выходить такие журналы, как "*Заводская лаборатория*" и "*Теория вероятностей и её применения*". Но второй из этих журналов был и остается чрезвычайно теоретическим (т.е. в нем обычно печатаются статьи профессиональных математиков по теории вероятностей). А "*Заводская лаборатория*" изредка печатала статьи по ККШ, но даже их число – 2 статьи за последние 15 лет – говорит само за себя¹³. Правда, с 1969 года выходил журнал "*Надежность и контроль качества*", который и сейчас выходит под названием "*Методы менеджмента качества*". Но, к сожалению, уровень публикаций в этом журнале не дотягивает до таких журналов, как "*Techonometrics*", "*Journal of Quality Technology*", "*Quality Engineering*" и т.д. Это не означает, что на русском языке в 1980-2009 годах не было или было совсем мало публикаций. И, прежде всего, мы должны обратить внимание на книгу [Бендерский, Богатырев, Баумгартен (1983)], в которой была целая глава (шестая), посвященная контрольным картам, их разновидностям и их применению для контроля технологических процессов. В этой главе на 36 страницах дан весьма содержательный обзор состояния дел в мире в области КК. Список литературы включал 166 наименований, и, насколько можно судить через четверть века, достаточно полно отражал положение к началу 80-х годов. В обзоре описаны ККШ, кумулятивные КК, карты EWMA, которые в тот момент времени назывались картами геометрического скользящего среднего. Подробно рассмотрены также карты, в которых делались попытки оптимизировать затраты на контроль и регулирование процессов при использовании контрольных карт. Обсуждались в книге [Бендерский, Богатырев, Баумгартен (1983)] и так называемые приемочные контрольные карты, а также многопараметрические контрольные карты, основанные на T^2 -карте Хотеллинга¹⁴. В целом авторы стояли на позиции статистической группы специалистов, т.е. ККШ трактовалась ими как способ проверки некоторой статистической гипотезы относительно рассматриваемого процесса.

В работе [Бендерский, Баумгартен (1977)] авторы описали ГОСТ 15893-77, в котором для нормально распределенных параметров устанавливалась методика применения контрольных карт средних, медиан, размахов и среднеквадратичных отклонений. Кроме того, там же приводились примеры расчета границ для некоторых карт из данного стандарта.

В работе [Бендерский, Филиппов (1978)], используя данные работы [Page (1954)], обсуждается, при каких сочетаниях параметров достигается минимальное значение среднего

¹³ Ниже мы обсудим эти 2 статьи и ряд других русскоязычных публикаций.

¹⁴ Интересно отметить, что в изданной через 6 лет в 1989 году книге [Богатырев, Филиппов (1989)], имеющей такое же название и одного общего автора, обзор по контрольным картам и соответствующий список литературы отсутствуют.

числа проверенных до обнаружения разладки изделий. При этом считается, что параметры процесса распределены по нормальному закону с известным и постоянным стандартным отклонением, а среднее скачком изменяется от некоторого начального значения x_0 до x_1 . В целом сама постановка задачи, на наш взгляд, носит весьма искусственный характер, и вряд ли имеет какую-либо практическую ценность.

В 1984 году выходит перевод книги, написанной группой американских статистиков в 1969 году как учебное пособие [Ноулер и др. (1984)] (второе издание перевода вышло в 1989 году). В книге есть две главы, посвященные количественным и качественным картам Шухарта. На реальных данных описано построение карты среднего и размаха, среднего и стандартного отклонения, индивидуальных значений и скользящего размаха, а также карты наибольших и наименьших значений. Обсуждается простой способ построения карты с растущим или уменьшающимся средним значением. В главе по качественным картам рассмотрены все 4 типа таких карт.

В 1986 году выходит перевод книги Дж. Мердока "Контрольные карты" [Мердок (1986)]. Это тщательно написанное практическое руководство по применению ККШ и кумулятивных контрольных карт для анализа различных процессов. В отличие от американских книг в книге Мердока описан британский подход к построению ККШ. Отличие состоит в том, что в американском подходе ККШ имеют границы, рассчитываемые по правилу 3 сигм (см. выше), а в британских стандартах предлагается использовать так называемые вероятностные границы. Другими словами, границы на ККШ рассчитываются, исходя из заданного заранее значения вероятности выхода точки за эти границы. Кроме того, британский подход предполагает построение двух типов границ: действия и предупреждающих. Границы действия соответствуют вероятности 0,001, а предупреждающие границы – 0,025. Если взять любые таблицы нормального распределения, например [Большев, Смирнов (1983, табл.1.1)], то легко убедиться, что трехсигмовый подход дает вероятность выхода точки за соответствующую границу, равную $(1 - 0,99865) = 0,00135$ (т.е. 0,0027 для выхода за любую из двухсторонних границ), а вероятности 0,001 соответствует значение множителя $k_1 = k_2 = 3,09$. Аналогично для предупреждающих границ вместо двухсигмовых пределов в британских стандартах используется множитель 1,96. Легко сообразить, что книга Мердока написана с позиций статистического подхода. В частности, в параграфе о базовых концепциях ККШ говорится, что они основаны на нормальном распределении для количественных переменных и используют вероятностные пределы для принятия решений и действий. Как мы уже отмечали в примечании 4, один из авторов настоящего обзора (Ю. А.) написал к книге Мердока предисловие, содержащее подробный анализ состояния дел в отношении SPC в нашей стране на момент 1985 г., содержащее список литературы из 141 наименования (правда, далеко не все они посвящены непосредственно контрольным картам).

В 1990 году выходит книга Хитоси Куме, посвященная так называемым "семи простым методам контроля качества" [Статистические методы повышения качества (1990)]. Среди этих семи важнейшее место принадлежит простым ККШ. Их описание в книге Куме, на наш взгляд, представляет образец простоты и доходчивости изложения в соединении с тщательностью обсуждения. Рассмотрены семь типов ККШ: средних, размахов, индивидуальных значений и 4 типа качественных карт. Мы считаем, что для обучения практическому построению ККШ, книга Куме до сих пор остается одним из самых лучших русскоязычных пособий. Книга Куме давно стала библиографической редкостью, и поэтому журнал "Стандарты и качество" по инициативе Ю.П. Адлера перепечатал её почти целиком [Стандарты и качество (1992, 1993, 1994)].

В конце 80-х – начале 90-х в журнале "Надежность и контроль качества" была опубликована серия работ О.И. Илларионова, в которых рассмотрены вопросы расчета величины ARL для случаев постепенной [Илларионов (1989)] и случайной [Илларионов (1991)] разладки процесса, а также проблема обнаружения разладки по нескольким выборкам [Илларионов (1992)]. С теоретической точки зрения постановка таких задач, безусловно, представляет интерес, однако в работе [Илларионов (1989)] вызывает вопросы формула (2), а в работе [Илларионов (1991)] трудно согласиться с формулами (5, 6). Что же касается работы [Илларионов (1991)]

ларионов (1992)], то с практической точки зрения вызывает вопросы главный исходный принцип постановки задачи: "...нарушение границ регулирования в одной выборке в общем случае не свидетельствует о разладке технологического процесса" [Илларионов (1992, с.21)]. Этот тезис противоречит имеющемуся мировому опыту применения ККШ в самых различных областях. Кроме того, к сожалению, автор представляет результаты своих работ в такой форме, что их трудно сравнивать с имеющимися в литературе данными.

В первой части обзора авторов Герасимовой, Стерьхова [Герасимова, Стерьхов (1994)] описаны принципы работы ККШ и дан пример построения карты средних и размахов, а также кратко описано применение оперативных характеристик и величины ARL для оценки эффективности контрольных карт. Во второй части обзора приведены формулы для расчета границ на различных ККШ, а также формулы для расчета индексов воспроизводимости C_p , C_{pk} и формулы расчета параметров кумулятивных контрольных карт.

В 1995 году была переведена книга [Миттаг, Ринне (1995)]. Это фундаментальный учебник для самостоятельных занятий, написанный с немецкой тщательностью, и переведенный и отредактированный с российской небрежностью¹⁵. Примерно половину книги занимают ККШ и их различные модификации, включая CUSUM и EWMA. Общий подход в [Миттаг, Ринне (1995)] совпадает с книгой Мердока: он статистический, и границы контрольных карт в немецкоязычной литературе строятся, как и в британских стандартах, т.е. на основе расчета вероятностей. Но в книге Миттага, Ринне есть и важные для практики дополнения, которых нет во многих других источниках. Во-первых, здесь проведено четкое различие между двумя фазами работы с ККШ: фазой предварительных исследований и фазой последующего мониторинга. Во-вторых, в книге подчеркнуто, что границы на ККШ не имеют отношения к допускам (см. с.339 в [Миттаг, Ринне (1995)], и допуска нельзя изображать на ККШ (за исключением карты индивидуальных значений). Это замечание очень существенно для России, где нанесение допусков на карту средних – одна из самых распространенных ошибок [Адлер, Жулинский, Шпер (2009)]. Существенным недостатком книги, кроме уже отмеченных выше опечаток и дефектов, представляется весьма сложная система обозначений, затрудняющая её чтение. Зато в безусловный плюс авторам надо записать главу с библиографией, в которой журналы, справочники и книги сопровождаются краткой аннотацией авторов [Миттаг, Ринне (1995, §7.1)]. В общем списке литературы есть много немецкоязычных изданий, которые зачастую не попадают в англоязычные книги и обзоры [Миттаг, Ринне (1995, §7.2)].

В работе [Адлер и др. (1995)] была предпринята попытка соединить технику ККШ с Байесовским анализом с целью мониторинга стабильности и воспроизводимости технологических процессов. К сожалению, предложенная методика не позволяет оценивать статистические свойства параметров воспроизводимости.

В середине 90-х годов интерес к ККШ значительно возрос благодаря появлению автомобильных стандартов на системы менеджмента качества (QS 9000, а потом TU 16949). Важной особенностью обеспечения качества автомобильных компонентов оказался тот факт, что применение ККШ с целью анализа стабильности процессов – обязательное требование. По инициативе большой тройки (Дженерал Моторс, Форд, Крайслер) был выпущен ряд руководств, среди которых для нашего обзора важны два: руководство по статистическому управлению процессами [Статистическое управление процессами (2006)] и руководство по проведению анализа систем измерения [Анализ измерительных систем (2003)]. В руководстве по SPC очень подробно описана процедура применения ККШ и методика их построения и анализа, причем в последнем переведенном на русский язык издании рассматриваются не только ККШ, но и кумулятивные карты, карты EWMA, предконтроль, зональные карты¹⁶, многомерные карты и т.д. Что важно отметить: оба руководства написаны с позиций подхода Шухарта–Деминга, и заостряют внимание не на вероятностных расчетах, а на понимании

¹⁵ Число опечаток и дефектов в книге, а также качество печати просто поражают.

¹⁶ С зональными картами можно ознакомиться по статье [Королькевич, Королькевич (1990)] в журнале "Стандарты и качество".

процессов и адекватных действиях, вытекающих из анализа контрольных карт. Оба эти документа, на наш взгляд, существенно лучше появившихся на их основе стандартов [ГОСТ Р 51814.5-2005, ГОСТ Р 51814.3–2001]. Не лишен недостатков, по нашему мнению, и более ранний стандарт [ГОСТ Р 50779.42–99] – он переведен с оригинала [ISO 8258:1991(E)], который частично отражает идеологию Шухарта, но в ряде позиций написан с точки зрения вероятностного подхода, и пропагандирует ряд элементов, подвергнутых критике Демингом и подробно разобранных в книге [Уилер, Чамберс (2009)]. Например, на с. 4 утверждается: "Если процесс статистически управляем, контрольные карты реализуют метод непрерывной статистической проверки нулевой гипотезы о том, что процесс не изменился и остался стабильным" (мнение Шухарта по этому поводу мы выше привели). Или, на с. 5 говорится: "Для контрольных карт, использующих количественные данные, предполагается нормальное (гауссово) распределение...".

Повышение интереса к ККШ, хотя и не отразилось, как было отмечено выше, в заметном росте числа исследовательских публикаций, но привело к появлению с начала 90-х годов довольно большого пласта литературы, в которой авторы своими словами пересказывали основные моменты работы с ККШ. Так как таких источников относительно много (скажем, почти во всех книгах по качеству есть глава о семи простых методах контроля качества, где в том или ином объеме рассказывается о ККШ), то здесь мы приводим *случайную* выборку из книг и брошюр, вышедших в этот период времени [Адлер и др. (2001), Аристов (1990), Всеобщее управление качеством (1999), Ефимов, Барт (2006), Жулинский и др. (2001), Кане и др. (2008), Клячкин (2003, 2007), Круглов, Шишков (1999), Макино и др. (1991), Просто о сложном (2000), Применение статистических методов для рабочих (2002), Статистическое управление технологическим процессом (2001)].

В 1998 году в журнале "Надежность и контроль качества" были опубликованы воспоминания Джурана об истоках возникновения статистического контроля качества [Джуран (1998)]. Во второй из этих статей есть рассказ о том, как появились и были встречены первые ККШ. Из этого текста следует, что Джуран рассматривал ККШ как статистический инструмент проверки гипотез¹⁷.

В 1999 году в том же журнале была опубликована серия статей известного российского статистика В. А. Лапидуса, посвященная ККШ [Лапидус (1999)]. В ней разъясняется методология совершенствования любых процессов на основе цикла Шухарта–Деминга и применения ККШ для снижения вариабельности. Приведены также примеры успешной реализации такого подхода на российских предприятиях.

Тогда же в конце 90-х годов Илларионов продолжил публикацию своих работ по ККШ. В статьях [Илларионов (1998, 1999)] он рассматривает различные планы использования карты средних с целью оптимизации предложенной им в [Илларионов (1996)] функции суммарных затрат. В силу большого числа мало реалистичных допущений эти работы представляются нам исключительно теоретическими. В работе [Илларионов (2003)] предлагается выбирать тип карты и её основные характеристики по критерию полной вероятности брака, т.е. вероятности брака в налаженном и разлаженном состояниях с учетом длительности пребывания в этих состояниях. Так же, как и в случае оптимизации по критерию затрат, данный подход полностью отходит от основной цели, для которой Шухарт предложил контрольную карту: прогнозирование границ, в которых у нас есть разумные основания считать процесс управляемым, и мониторинг процесса в этих определенных по данным о самом процессе границах.

В работе [Клячкин (2002)] автор сравнил значения СДС (ARL) для ККШ и карты Хотеллинга в случае контроля многомерной характеристики качества. По данным этой работы совокупность карт Шухарта эффективнее T^2 -карт при отсутствии корреляции между отдельными параметрами, и менее эффективна при её наличии.

В 2003-2004 годах Адлер, Шпер [Адлер, Шпер (2003, 2004), Адлер, Шпер (2006, 2007, 2008, 2010)] опубликовали два цикла статей, посвященных ККШ. В первом цикле (в журнале

¹⁷ Текст [Джуран (1998)] представляет собой сокращенный пересказ статьи Джурана [Juran (1997)].

"Методы Менеджмента Качества") изложена история ККШ, описаны процедуры построения карт различных типов и правила чтения ККШ. В постановочной части этого цикла авторы предложили своё определение терминов статистическое мышление и статистическое управление процессами. Эти предложения сводятся к следующим формулировкам:

Статистическое Мышление – это понимание variability, присущей любым процессам, и диагностика их стабильности и воспроизводимости.

Статистическое управление процессами — это основанная на статистическом мышлении и теории variability методология постоянного совершенствования процессов, использующая простые и эффективные методы анализа и решения проблем.

Во втором цикле (в журнале "Методы Оценки Соответствия") рассмотрена связь между ККШ и современным подходом к анализу систем измерения. Отмечено, что современный анализ систем измерения, по сути, целиком основан на ККШ для среднего и размахов. Именно по размахам оценивается сначала стабильность процесса измерений, а затем по формуле (3) оцениваются компоненты дисперсии, связанные с variability изделий, повторных измерений и операторов.

В статье Карриона, Сан Матиаса (Carrion, San Matias) [Каррион, Сан Матиас (2004)] предложена модификация атрибутивной контрольной карты, учитывающая возможность различной частоты дефектов. Авторы предлагают строить карту взвешенной суммы стандартизованных отклонений от среднего, иллюстрируя на примерах целесообразность своего подхода.

В 2005 году в журнале "Методы Менеджмента Качества" были опубликованы две статьи Илларионова, которые можно назвать в некотором смысле постановочными [Илларионов (2005, №№2,3)]. Суть обеих работ такова. По мнению автора, подход, предложенный Шухартом, и предлагающий строить трехсигмовые границы для всех типов простых контрольных карт, устарел, так как не позволяет оценивать и сравнивать экономическую эффективность контрольных карт. Нужна новая теория, основы которой уже заложены в работах Дункана [Duncan (1956)], Коудена [Коуден (1961)] и самого Илларионова [Илларионов (1998, 2000) и др.]. Мы не можем согласиться с этими утверждениями. Суть разногласий состоит в том, что авторы работ по так называемому экономическому планированию контрольных карт, ставят перед контрольными картами совсем другую цель, чем Шухарт, Деминг и большинство их последователей¹⁸. Они полагают, что задав некую экономическую модель затрат на брак, на контроль и на вмешательство в процесс и найдя минимум полученной функции, можно установить соответствующие этому минимуму параметры плана контроля (границы контрольной карты, периодичность взятия выборок, объемы подгрупп и т.п.). Полученные таким образом карты Илларионов и считает оптимальными. И они были бы такими, если бы те процессы, с которыми мы сталкиваемся, знали бы о расчетах авторов данного направления, и не только знали, но и вели бы себя в соответствии с этими моделями. К счастью (или несчастью), наши процессы ничего об экономических картах не знают, и ведут себя так, как мы устроили систему. И дело даже не в том, что параметры, входящие в экономические модели, никогда не бывают точно известными, а просто эти модели в принципе не могут быть достаточно полными. Как справедливо отмечено в [Илларионов (2005, №2)], эффект от внедрения контрольных карт имеет две составляющие: непосредственную и отложенную (здесь мы используем терминологию автора данной работы). Отложенный эффект связан с совершенствованием процесса, улучшением системы, накоплением знаний, а непосредственный – со снижением затрат за счет введения контрольной карты. Легко сообразить, что отложенный эффект в силу самого характера входящих в него составляющих посчитать практически невозможно, и потому Илларионов и другие авторы считают непосредственный эффект. У нас нет никаких сомнений, что отложенный эффект может на порядки превышать непосредственный, да и цель ККШ – постоянное совершенствование процесса, т.е. отложенный эффект, и потому оптимизировать сегодняшние потери не имеет никакого смысла. К тому же,

¹⁸ Ссылки на зарубежные работы в экономическом направлении можно найти в обзоре Вудала, Монтгомери 1999 года, а также в книге [Montgomery (2009)], где данному направлению посвящен §10.6.

как отмечает Монтгомери [Montgomery (2009)] со ссылкой на работы Вудалла [Woodall (1986, 1987)], многие планы, построенные на экономических моделях, обладают плохими статистическими свойствами (т.е. ведут к большому числу ложных сигналов о присутствии специальных причин вариаций). И хотя Санига (Saniga) – один из наиболее известных авторов, работающих в данном направлении, – предложил способ устранить статистические дефекты экономических планов [Saniga (1989)], Монтгомери отмечает, что подобные карты очень мало применяются на практике. На его взгляд причины этого, во-первых, в сложности моделей и малопонятном для практиков их изложении, и, во-вторых, в трудностях оценки параметров моделей. Что же касается трехсигмовых границ, которые Илларионов называет "жесткими" [Илларионов (2005, №2)] и "необоснованными" [Илларионов (2005, №№2,3)], то следует иметь в виду, что

- (а) Шухарт не считал трехсигмовые границы обязательными;
- (б) в своей книге 1931 года [Shewhart (1931)] он подробно обосновал, чем вызвана даваемая им рекомендация;
- (в) 80-летний мировой опыт применения ККШ доказал, что он гениально угадал правило, которое работает.

И мы согласны с Демингом в том, что ничего проще и одновременно лучше пока что никто не предложил.

Отметим, что известный статистик Ллойд Нельсон (L. Nelson) в своей колонке в журнале *"Journal of Quality Technology"* так отвечает на вопрос "Когда границы на контрольной карте Шухарта должны быть иными, чем средняя линия ± 3 сигмы?" – "Всегда, когда у вас есть основательная причина"[Nelson (2003)].

В том же 2005 году в *"Методах менеджмента качества"* была опубликована статья группы авторов, в которой они вычисляют доверительные границы для некоторых серий точек на контрольных картах [Юнак и др. (2005)]. К сожалению, эта работа носит опять же чисто теоретический характер, поскольку никаких практически осуществимых рекомендаций по применению правил серий и/или их корректировке в ней нет. Кроме того, авторы не рассматривают влияние своих предложений по корректировке правил серий на ошибки первого и второго рода, т.е. на частоту появления ложных сигналов о разладке и ложных сигналов о её отсутствии, без чего трудно обсуждать какие-либо предложения по изменению действующих процедур.

Наконец, ещё одна работа 2005 года посвящена применению ККШ для негауссовых процессов [Непомилуев, Дюпин (2005)]. Авторы рассматривают процесс с линейным трендом параметров и приходят к выводу, что при учете этого тренда для негауссовых процессов можно применять обычные ККШ. При этом в статье много раз повторяется утверждение о том, что ККШ применимы только для параметров, распределенных по нормальному закону – миф, о котором мы уже не раз писали выше.

В 2007 году *"Заводская лаборатория"* публикует статью Митрохина, Орлова об обнаружении разладки с помощью контрольных карт [Митрохин, Орлов (2007)]. В статье обсуждается применение кумулятивных карт для анализа премиального фонда предприятия. К сожалению, статья содержит ряд неточностей. Во-первых, в ней ККШ рассматриваются как метод проверки статистической гипотезы; во-вторых, в ней нет четкого разграничения между первой и второй фазами анализа контрольной карты, что приводит авторов к неточным выводам; в-третьих, границы на карте считаются с помощью значения σ_{n-1} – ошибка, которая подробно разбирается в книге Уилера, Чамберса.

В 2009 году происходит важное событие - выходит русский перевод книги Уилера, Чамберса [Уилер, Чамберс (2009)]. Если не считать книги Х. Куме [Статистические методы повышения качества (1990)], а также пособий [Адлер и др. (2001), Статистическое управление процессами (2006)], то это фактически первая книга на русском языке, в которой просто, понятно, с большим количеством практических примеров изложен операциональный подход к построению и анализу ККШ. В частности, Уилер и Чамберс на основе богатого практического опыта применения контрольных карт и проведенных ими специальных теоретических

исследований развенчивают ряд мифов, касающихся практики применения ККШ. Вот основные заблуждения, подробно проанализированные в [Уилер, Чамберс (2009)]:

- интерпретация ККШ как инструмента проверки статистических гипотез,
- требование нормальности распределения параметров,
- утверждение о том, что ККШ работают благодаря центральной предельной теореме теории вероятностей,
- требование независимости исходных данных.

Многие вышеперечисленные заблуждения широко распространены и регулярно воспроизводятся в самых разных изданиях. Так, в 2006 г. вышла книга-справочник по прикладным методам математической статистики [Кобзарь (2006)], в одном из параграфов которой приведены краткие математические и табличные описания наиболее распространенных в производстве КК. К сожалению, эта часть книги окажется полезной лишь для предварительного просмотра классификации типов КК, соответствующих формул и таблиц, нужных непосредственно для расчетов. Краткий экскурс в начале параграфа просто пронизан непониманием природы КК: для построения КК сначала делается предпосылка о типе распределения совокупности, далее КК рассматривается как многократное применение критерия значимости, сам метод КК есть повторение во времени метода доверительных интервалов. В таком объемном серьезном справочнике, который попадет в руки многих статистиков, через призму таких положений складывается совсем искаженная картина идей самого Шухарта.

К уже упоминавшимся в этой связи книгам, стандартам и статьям можно добавить работы [Кузнецов, Журавлева (2009а), Кузнецов (2008)]. Обе эти работы рассматривают ККШ как инструмент проверки статистических гипотез, причем работа [Кузнецов, Журавлева (2009а)] (так же как и глава, посвященная построению КК, в книге для студентов [Просветов (2009)]) вообще построена на утверждении о том, что ККШ требуют нормальности исходного распределения данных. Что касается технической сути этих работ, то предлагаемая в [Кузнецов, Журавлева (2009а)] карта по технической сложности примерно соответствует карте с точкой сдвига (см. выше), и вряд ли может быть рекомендована для практического применения. А работа [Кузнецов (2008)] вообще содержит только рассуждения общего характера, причем сама идея характеризовать многомерное качество суммой нормированных компонент представляется нам ошибочной. К тому же существует большой пласт исследований в области многомерных карт [Montgomery (2009, гл. 11), Wierda (1994) и др.]. Ошибочна на наш взгляд и работа [Кузнецов, Вишняков (2008)], в которой предлагается методика построения границ на карте средних при переменном объеме выборок. Авторы предлагают строить карту индивидуальных значений по средним для подгрупп, что само по себе возможно, но при этом они неверно рассчитывают общее среднее, так как вычисляют его без учета весов, т.е. разного вклада средних, полученных по разным объемам данных. Неверно рассчитывается в этой работе и оценка сигмы – эта ошибка подробно разобрана в книге [Уилер, Чамберс (2009, §4.1)]. Отметим, что для работы с переменным объемом выборок нет никаких проблем, искомые формулы для карты $\bar{x} - s$ хорошо известны и выглядят так [Montgomery (2009)]:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^m n_i}$$

$$\bar{s} = \left[\frac{\sum_{i=1}^m (n_i - 1) s_i^2}{\sum_{i=1}^m n_i - m} \right]^{1/2}$$

где n_i – объем данных в i -й подгруппе, m – число подгрупп.

Наконец, в работе [Кузнецов, Журавлева (2009б)] авторы предлагают в случае ненормального закона распределения параметров процесса строить границы для ККШ с помощью бутстреп-процедуры. Так же как и предыдущая работа тех же авторов [Кузнецов, Журавлева

(2009а)], статья [Кузнецов, Журавлева (2009б)] отталкивается от ложной посылки – требования нормальности для обычных ККШ, и предлагает явно нереалистичный для практики способ анализа процессов. Что же касается теоретической сути данного предложения, то такой подход возможен, но как отмечено в книге Эфрона [Эфрон (1988)] минимальный объем выборки, для которого имеет смысл бутстреп-размножение, равен 15. Поэтому для КК с мгновенными выборками большего объема предлагаемая процедура может рассматриваться как альтернатива классическому подходу, а для меньших объемов подгрупп она неприемлема.

Кроме указанных Уилером, Чамберсом ошибок понятийного характера, на российских предприятиях довольно часто встречаются и более грубые ошибки, например, нанесение допусков на карты средних или постоянный пересчет границ по всем имеющимся в каждый момент данным [Адлер, Жулинский, Шпер (2009)].

В заключение данного подраздела обратимся к учебникам по статистике. После некоторого перерыва, когда почти ничего не издавалось и не переиздавалось, появилось заметное число новых или повторных изданий. Не претендуя на полноту охвата, остановимся на 4-х "толстых" учебниках по статистике [Кобзарь (2006), Сигел (2002), Левин и др. (2004), Лагутин (2007)].

Книгу Кобзаря [Кобзарь (2006)] мы уже выше прокомментировали.

В книге Сигела контрольные карты рассмотрены в главе 18. Позиция автора – чисто статистическая, т.е. карты – это метод проверки статистической гипотезы, границы на них соответствуют вероятностям при нормальном законе распределения параметров. В книге даны примеры построения стандартной карты среднего и размахов, и карты p -типа.

В книге Левина и др. понятия об управляемом и неуправляемом процессах изложены с позиций Шухарта-Деминга. Очень кратко рассказано, как строить ККШ в стандартном и расширенном пакетах Excel. Кроме того, в параграфе 17.5 изложен эксперимент Деминга "Красные бусы", и обсуждаются выводы из этого эксперимента.

И, наконец, в книге Лагутина ККШ просто отсутствуют, хотя эта книга называется "Наглядная математическая статистика".

К каким выводам мы пришли?

Существует большой разрыв между очень важным направлением развития прикладной статистики – теорией ККШ, и информацией о современном состоянии этих исследований в русскоязычной литературе. Кроме того, в нашей стране почти не ведется исследований в данной области, что представляется нам весьма огорчительным, если учесть важность повышения качества продуктов и услуг для роста конкурентоспособности страны в 21 веке. Авторы надеются, что данная работа окажется полезной для уменьшения указанного выше разрыва и послужит толчком для расширения исследовательской деятельности в области ККШ.

Литература

Another Look at "A Graphical Exploration of SPC". - Quality Progress, 1996, vol.29, #11, pp.85-93.

Aroian L. A., Levene H. (1950) The Effectiveness of Quality Control Charts. – Journal of the American Statistical Association, vol.45, pp.520-529.

Balestracci D. (2009) Data Sanity: A Quantum Leap to Unprecedented Results. – Medical Group Management Association. – 304 P.

Bare I. L., Bare B. F. (1991) The Self-Instructional Route to Statistical Process Control. - Milwaukee, ASQ Quality Press. –166 P.

Bisgaard S., Kulahci M. (2005) Checking Stability with the Variogram. - Quality Engineering, vol. 17, p.323-327.

Bisgaard S. (2008) Must a Process Be in Statistical Control before Conducting Designed Experiments? With Discussion.- Quality Engineering, vol.20, p. 143-176.

Box G., Kramer T. (1992) Statistical Process Monitoring and Feedback Adjustment: A Discussion. - Technometrics, vol. 34(3), p. 251-267.

- Box G., Luceno A.** (1994) Selection of Sampling Intervals and Action Limit for Discrete Feedback Adjustment. – New York. - Wiley.
- Box G., Narasimhan S.** (2010) Rethinking Statistics for Quality Control. - Quality Engineering, vol. 22, p.60-72.
- Carey R.G., Lloyd R. C.** (1997) Quality with Confidence in Healthcare: A Practical Guide to Quality Improvement in Healthcare. – N.Y., SPSS Inc. – 218 P.
- Carey, R. G.** (2003). Improving Healthcare with Control Charts: Basic and Advanced SPC Methods and Case Studies. - ASQ Quality Press, Milwaukee, WI.
- Chakraborti S., Human S. W., Graham M. A.** (2009) Phase I Statistical Process Control Charts: An Overview and Some Results. – Quality Engineering, 2009, v.21, pp.52-62.
- Costa A. F. B.** (1997) \bar{X} Chart with Variable Sample Size and Sampling Intervals. - Journal of Quality Technology, vol.29, No.2 (April), pp.197-204.
- Cox D. R.** (1954) The mean and coefficient of variation of range in small samples from non-normal populations. – Biometrika, v.41, pp.469-481.
- Davis R. B., Woodall W. H.** (1988) Performance of the Control Chart Trend Rule Under Linear Shift. - Journal of Quality Technology, vol.20, No.4 (Oct.), pp.260-262.
- Duncan A. J.** (1956) The economic design of x-chart used to maintain current control of the process. – J. Amer. Stat. Association, v.51, #274, pp.228-242.
- Fisher R.A.** (1925) Statistical Methods for Research Workers. - London, Olive and Boyd.
- Gitlow H.S.** (2001) Viewing statistics from a quality control perspective. – International Journal of Quality & Reliability Management, vol.18, N0.2, pp.169-179.
- Hahn G., Doganaksoy N.** (2008) The role of statistics in business and industry. – John Wiley & Sons, Inc. – 344 P.
- Hart, M. K., and Hart, R. F.** (2002). Statistical Process Control for Health Care. -Duxbury, Pacific Grove, CA.
- Hawkins D. M., Peihua Qiu, Chang Wook Kang.** (2003) The Change-point Model for Statistical Process Control. - Journal of Quality Technology, vol.35, No.4 (October), pp.355-366.
- Hawkins D. M., Deng Q.** (2009) Combined Charts for Mean and Variance Information. - Journal of Quality Technology, 2009, v.41, No.4, pp.415-425.
- Hawkins D. M., Deng Q.** (2010) A Nonparametric Change-Point Control Chart. - Journal of Quality Technology, v.42, No.2, pp.165-173.
- Hillier F. S.** (1969) \bar{X} – and R-Chart Control Limits Based on A Small Number of Subgroups. – Journal of Quality Technology, vol.1, No.1, pp.17-26.
- Hoerl R., Snee R.** (2002) Statistical thinking: improving business performance. – Duxbury. – 529 P.
- Hoyer R. W., Ellis W. C.** (1996a) A Graphical Exploration of SPC. Part 1: SPC's definitions and procedures. – Quality Progress, vol.29, #5, pp.65-73.
- Hoyer R. W., Ellis W. C.** (1996b) A Graphical Exploration of SPC. Part 2: The Probability Structure of Rules for Interpreting Control Charts. – Quality Progress, vol.29, #6, pp.57-64.
- ISO 8258:1991(E).** - Shewhart control charts.
- Jensen W. A., Jones-Farmer L. A., Champ Ch. W., Woodall W. H.** (2006) Effects of Parameter Estimation on Control Chart Properties: A Literature Review. - Journal of Quality Technology, vol.38, No.4, pp.349-364.
- Juran J. M.** (1997) Early SQC: A Historical Supplement. – Quality Progress, Sept., pp. 73-81.
- Kanji G. K., Osama Hasan Arif** (2003) Statistical Process Control: A New Approach. – Wisdom House. – 186 P.
- Katsuya Hosotani** (1989) The QC Problem Solving Approach. Solving Workplace Problems the Japanese Way. – Tokyo, 3A Corporation. – 170 P.
- King E. P.** (1954) Probability limits for the average chart when process standards are unspecified. – Industrial Quality Control, v.10, pp.62-64.
- Laney D.** (2002) Improved Control Charts for Attributes. – Quality Engineering, 2002, v.14(4), P.531-537.

- Levinson W. A., Tumbelty F.** (1997) Transparency Masters to Accompany SPC Essentials and Productivity Improvements: A Manufacturing Approach. - Milwaukee, ASQ Quality Press. - 408 P.
- Mahmoud M.A., Henderson G.R., Epprecht E.K., and Woodall W.H.** (2010) Estimating the Standard Deviation in Quality Control Applications. - Journal of Quality Technology, vol.42, No.4 (October), pp.348-357.
- Montgomery D. C.** (2009) Introduction to Statistical Quality Control, 6th Ed. - John Wiley & Sons. - 734 P.
- Montgomery D. C., Nelson P. R.** (1997) Journal of Quality Technology Has Practical Value. - Quality Progress, vol.30, #3, pp.10-11.
- Morton, A. (ed.)** (2005). Methods for Hospital Epidemiology and Healthcare Quality Improvement. - eICAT, available at <http://www.eicat.com/>.
- Neave G.** (1997) There's nothing normal about SPC! - Training for Quality, vol.5, #3, pp.106-111.
- Neave G.** (2002) A Study of Statistical Process Control. - www.spcpress.com/ink_pdfs/study%20of%20SPC%20.pdf
- Nelson L. S.** (1984) The Shewhart Control Chart - Tests for Special Causes. - Journal of Quality Technology, vol.16, No.4 (October), pp.237-239.
- Nelson L. S.** (2003) When Should the Limits on a Shewhart Control Chart Be Other Than a Center Line ± 3 -Sigma? - J. Quality Technology, v.35(4), pp.424-425.
- Ott E. R., Schilling E. G., Neubauer D. V.** (2000) Process quality control: troubleshooting and interpretation of data. - N.Y., McGraw-Hill (3rd Ed.). - 600 P.
- Page E. S.** (1954) Continuous Inspection Schemes. - Biometrics, Vol. 41(1), pp.100-115.
- Page E. S.** (1954) Control charts for the mean of a normal population. - Journal of the Royal Statistical Society, ser.B, v.16, pp.131-135.
- Palm A.** (2000) Discussion. - Journal of Quality Technology, 2000, vol.32, No.4 (October), pp.356-360.
- QI Story: Tools and Techniques** (1991) - QUALTEC QUALITY SERVICES. - 150 P.
- Quesenberry C.** (1993) The Effect of Sample Size on Estimated Limits for \bar{X} and X Control Charts. - Journal of Quality Technology, 1993, vol.25, No.4 (October), pp.237-247.
- Rigdon S. E., Cruthis E. N., Champ C. W.** (1994) Design Strategies for Individuals and Moving Range Control Charts. - Journal of Quality Technology, vol.26, No.4 (Oct.), pp.274-287.
- Roberts S.W.** (1959) Control Chart Tests Based on Geometric Moving Averages. - Technometrics, vol.42(1), p.97-102.
- Saniga E. M.** (1989) Economic Statistical Control Chart Design with an Application to \bar{x} and R Charts. - Technometrics, v.31(3), pp.313-320.
- Shewhart W. A. (1931/1980)** Economic Control of Quality of Manufactured Product. - ASQ (republished). - 501 P.
- Shewhart W. A.** (1939/1986) Statistical Methods from the Viewpoint of Quality Control. - N.Y., Dover Publications, Inc., (republished). - 160 P.
- Sullivan J. H., Woodall W. H.** (1996) A Control Chart for Preliminary Analysis of Individual Observations. - Journal of Quality Technology, vol.28, No.3 (July), pp.265-278.
- The Memory Jogger** (1988) A Pocket Guide of Tools for Continuous Improvement. - GOAL/QPC, 1985, 1988. - 90 P.
- Turner R.** (1998) The Red Bead Experiment for Educators. - Quality Progress, June, pp.69-74.
- Walker E., Philpot J. W. and Clement J.** (1991) False Signal Rates for the Shewhart Control Chart with Supplementary Runs Tests. - Journal of Quality Technology, vol.23, No.3 (July), pp.247-252.
- Western Electric** (1956) Statistical Quality Control Handbook. - Western Electric Corp.
- Wheeler D.** (1993) Understanding variation. The Key to Managing Chaos. - SPC Press - 136 P.

- Wheeler D. J.** (1995) Advanced Topics in Statistical Process Control. The Power of Shewhart's Charts. – SPC Press. – 470 P.
- Wheeler D.** (2006) EMP III. Using Imperfect Data. – SPC Press. – 316 P.
- Wierda S. J.** (1994) Multivariate statistical process control – recent results and directions for future research. – Statistica Neerlandica, v.48, nr.2, pp.147-168.
- Wise S. A., Fair D. C.** (1998) Innovative control charting: practical SPC solutions for today's manufacturing environment. – Milwaukee, ASQ Quality Press. – 292 P.
- Woodall W. H.** (1986) Weakness of the Economic Design of Control Charts. – Letter to the Editor, Technometrics, v.28(4), pp.408-409.
- Woodall W. H.** (1987) Conflicts Between Deming's Philosophy and the Economic Design of Control Charts. – Frontiers in Statistical Quality Control, 3rd Ed., Vienna, pp.242-248.
- Woodall W. H.** (1997) Control Charts Based on Attribute Data: Bibliography and Review. - Journal of Quality Technology, vol.29, No.2, pp.172-183.
- Woodall W. H.** (2000) Controversies and Contradictions in Statistical Process Control. - Journal of Quality Technology, vol.32, No.4 (October), pp.341-350.
- Woodall W.H. et al. (2004)** Using Control Charts to Monitor Process and Product Quality Profiles. - Journal of Quality Technology, vol.36, No.? (?), pp.309-320.
- Woodall W. H. (2006)** Use of Control Charts in Health Care Monitoring and Public Health Surveillance (with discussion). - Journal of Quality Technology, vol.38, No.1 (?), pp.89-104.
- Woodall W. H., Faltin F. W.** (1993) Autocorrelated Data And SPC. – ASQC Statistics Division Newsletter, 1993, v.13, #4, pp.18-21.
- Woodall W. H., Thomas E. V.** (1995) Statistical process control with several components of common cause variability. – IIE Transactions, vol.27, pp.757-764.
- Woodall W. H., Montgomery D. C. (1999)** Research Issues and Ideas in Statistical Process Control. - Journal of Quality Technology, vol.31, No.4 (October), pp.376-386.
- Woodall W. H., Montgomery D. C. (2001)** Using Ranges to Estimate Variability. – Quality Engineering, vol.13(2), pp.211-217.
- Zhang Hang, Albin S. L., Wagner S. R. et al.** (2010) Determining Statistical Process Control Baseline Periods in Long Historical Data Streams. - Journal of Quality Technology, v.42, No.1, pp.21-35.

-
- Адлер Ю.П.** (1978) Методы Тагути –новое направление в статистическом контроле качества. – М.: Знание.
- Адлер Ю. П., Аронов И. З., Бирюкова Н. Ф., Шпер В. Л.** (1995) Мониторинг стабильности и воспроизводимости технологических процессов на основе пошагового байесовского анализа. – Надежность и контроль качества, №8. - С. 37-46.
- Адлер Ю.П. и др.** (2001) Управление качеством. Часть 1. Семь простых методов. – М.: МИСиС. – 138 с.
- Адлер Ю. П., Шпер В. Л.** (2003) Методы менеджмента качества, №№1,3,5,7,11.
- Адлер Ю. П., Шпер В. Л.** (2004) Методы менеджмента качества, №№2,3,6.
- Адлер Ю. П., Шпер В. Л. (2003).** "Истоки статистического мышления". *Методы менеджмента качества*, №1, С.34-40.
- Адлер Ю. П., Шпер В. Л.** (2006, 2007, 2008, 2010) Умеем ли мы измерять. – Методы оценки соответствия, 2006, №№ 5, 7, 11; 2007, №№ 2, 6, 7; 2008, № 6; 2010, №№ 1, 2, 3.
- Адлер Ю. П., Жулинский С. Ф., Шпер В. Л.** (2009). Проблемы применения методов статистического управления процессами на отечественных предприятиях. - *Методы менеджмента качества*, №8, с.36-40; №9, с.24-29.
- Анализ измерительных систем** (2003) MSA/Пер. с англ. – Н. Новгород, СМЦ "Приоритет", – 225с. (3-е изд.).
- Аристов А. И.** (1990) Статистические методы регулирования технологических процессов. – М.: Изд-во "Знание" (Качество и надежность изделий №5), с.48-97.
- Ачеркан Н. С.** (1946) Статистические методы контроля промышленной продукции. Основы теории и практики применения в зарубежной промышленности. – М.: Машгиз. – 138 с.

- Бендерский А. М., Богатырев А. А., Баумгартен Л. В.** (1983) Стандартизация статистических методов управления качеством. – М.: Изд-во стандартов. – 152 с.
- Бендерский А. М., Баумгартен Л. В.** (1977) О стандарте на статистическое регулирование технологических процессов при нормальном распределении контролируемого параметра. – Надежность и контроль качества, 1977, №8, с.66-74.
- Бендерский А. М., Филиппов Ю. Д.** (1978) Обоснование плана контроля при применении простых контрольных карт. - Надежность и контроль качества, №6, с.20-26.
- Богатырев А. А., Филиппов Ю. Д.** (1989) Стандартизация статистических методов управления качеством. – М.: Изд-во стандартов. – 120 с.
- Большев Л. Н., Смирнов Н. В.** (1983) Таблицы математической статистики. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы. – 416 с.
- Боярский Э. А.** (1972) Порядковые статистики. – М.: Статистика. – 120 с.
- Всеобщее управление качеством: Учебник для вузов/ Глудкин О.П., Горбунов Н.М., Гуров А.И, Зорин Ю.В.;** Под ред. Глудкина О.П. - М.: Радио и связь, 1999. - 600с.
- Горский В., Адлер Ю.П.** (1974) Планирование промышленных экспериментов. Модели статистики. - М.: Металлургия.
- ГОСТ Р 51814.5-2005.** Системы менеджмента качества в автомобилестроении. Анализ измерительных и контрольных процессов.
- Деминг Э.** (2000/1950) Лекция перед японскими менеджерами. – Методы менеджмента качества, 2000, №10, с.24-29.
- Деминг Э.** (2006) Новая экономика. – М.: ЭКСМО. – 208 с. (W.E. Deming. The New Economics: For Industry, Government, Education. – MIT, 2nd Ed., 1994)
- Деминг Э.** (2007) Выход из кризиса. Новая парадигма управления людьми, системами и процессами. – М.: Альпина Бизнес Букс. – 370 с. (W.E. Deming. Out of Crisis. – First MIT edition, 2000)
- Джурен Дж.** (1998) У истоков статистического контроля качества. – Надежность и контроль качества, №7. - С. 50-54; №8. - С. 13-21.
- Дунин-Барковский И. В. и Смирнов Н. В.** (1955) Теория вероятностей и математическая статистика в технике (общая часть)/Физико-математическая библиотека инженера. – М.: Гос. Изд-во технико-теоретической литературы. – 556 с.
- Дэйвид Г.** (1979) Порядковые статистики. – М.: Наука. – 336 с. (David H.A. Order Statistics. - 1970)
- Герасимова Г.Е., Стерхов Ю.А.** (1994) Статистическое управление технологическим процессом (Обзор). - Надежность и контроль качества, 1994, №12. - с.43-49; 1995, №2. - с.46 - 57.
- ГОСТ Р 51814.5-2005.** Системы менеджмента качества в автомобилестроении. Анализ измерительных и контрольных процессов.
- ГОСТ Р 51814.3–2001** Системы качества в автомобилестроении. Методы статистического управления процессами.
- ГОСТ Р 50779.42–99** Статистические методы. Контрольные карты Шухарта.
- Ефимов В. В., Барт Т. В.** (2006) Статистические методы в управлении качеством продукции: учеб. пособие. – М.: КНОРУС. – 240 с.
- Жулинский С.Ф., Новиков Е. С., Поспелов В. Я.** (2001) Статистические методы в современном менеджменте качества. – М.: Фонд «Новое тысячелетие», 2001. – 208 с.; С. 141-197.
- Илларионов О. И.** (1989) Расчет средних длин серий выборок при анализе налаженного и разлаженного технологических процессов для случая постепенной разладки. – Надежность и контроль качества, №1. - с.32-36.
- Илларионов О. И.** (1991) Статистическое регулирование технологических процессов с использованием \bar{X} - карт при случайных изменениях среднего значения контролируемого параметра. - Надежность и контроль качества, №4. - с.21-27.
- Илларионов О. И.** (1992) Обнаружение разладки технологического процесса с помощью \bar{X} - карт по нескольким выборкам. - Надежность и контроль качества, №12. - с.21-28.

- Илларионов О. И. (1996)** Оптимизация планов контроля при статистическом регулировании технологических процессов групповой обработки изделий. \bar{X} - карты. - Надежность и контроль качества, №9. - С. 21-28.
- Илларионов О. И. (1998)** Подоптимальные \bar{X} - планы статистического регулирования технологических процессов групповой обработки. - Надежность и контроль качества, №6. - С. 56-61.
- Илларионов О. И. (1999)** Статистическое регулирование технологических процессов с использованием контрольных карт выборочного среднего при неизвестной дисперсии контролируемого параметра. - Надежность и контроль качества, №12. - С. 37-44.
- Илларионов О. И.** Расчет характеристик контрольных \bar{x} -карт при неточной наладке технологического процесса. - Методы Менеджмента Качества, 2000, №11. - С. 16-20.
- Илларионов О. И. (2003)** Проектирование контрольных карт на основе критерия полной вероятности брака - Методы Менеджмента Качества, №6. - С. 32-36.
- Илларионов О. И. (2005)** Слагаемые эффективности контрольных карт. - Методы Менеджмента Качества, №2. - С. 30-35.
- Илларионов О. И. (2005)** Нужна ли теория контрольных карт? - Методы Менеджмента Качества, №3. - С. 38-42.
- Кане М. М., Иванов Б. В., Корешков В. Н., Схиртладзе А. Г. (2008)** Системы, методы и инструменты менеджмента качества. Учебное пособие. – СПб.: Питер. – 580 с.
- Каррион А., Сан Матиас С. (2004)** Учет частоты дефектов в контрольных картах по качественному признаку. - Методы Менеджмента Качества, №4. - С. 37-40.
- Клячкин В. Н. (2003)** Многомерный статистический контроль технологического процесса. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 192 с.
- Клячкин В. Н. (2007)** Статистические методы в управлении качеством: компьютерные технологии: учеб. пособие. – М.: Финансы и статистика. – 304 с.
- Клячкин В. Н. (2002)** Анализ эффективности многомерного контроля технологического процесса. – Методы менеджмента качества, №4. - С. 32-34.
- Кобзарь А. И. (2006)** Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. – М.: ФИЗМАТЛИТ. – 816 с.
- Королькевич В. А., Королькевич Е. В. (1990)** Контрольная карта для робастных технологических процессов. – Стандарты и качество, №5. - С. 40-41.
- Коуден Д. (1961)** Статистические методы контроля качества/Под ред. Б.Р. Левина. – М.: Физматлит. – 624 с. (**D. J. Cowden. Statistical Methods in Quality Control.** – Englewood Cliffs, N.J., 1957)
- Круглов М. Г., Шишков Г. М. (1999)** Управление качеством. Учебное пособие. – М.: МГТУ «СТАНКИН», 1999. – 234 с.; С. 155-159
- Кузнецов Л. А., Журавлева М. Г. (2009)** Построение карт контроля качества с помощью непараметрического критерия Вилкоксона – Манна - Уитни. - Заводская лаборатория. Диагностика материалов. №1. - С. 70-74.
- Кузнецов Л. А. (2008)** Контроль и оценка многомерного качества. – Методы Менеджмента Качества, №10. - С. 40-45.
- Кузнецов Л. А., Вишняков Д.Ю. (2008)** Контрольные карты: определение границ регулирования при переменном объеме выборки. - Методы Менеджмента Качества, №8. - С. 26-30.
- Кузнецов Л. А., Журавлева М. Г. (2009)** Построение карт контроля процессов с отличающимися от нормального распределениями показателей качества. - Методы Менеджмента Качества, №12. - С. 34-38.
- Лагутин М. Б. (2007)** Наглядная математическая статистика: Учебное пособие. – М.: БИНОМ Лаборатория знаний. – 472 с.
- Лapidус В. А. (1999)** Система статистического управления процессами. Система Шухарта. - Надежность и контроль качества, 1999, №5. - С. 11-19; №6. - С. 3-13; №7. - С. 13-21.

- Левин Д. М., Стефан Д., Кребиль Т. С., Беренсон М. Л.** (2004) Статистика для менеджеров с использованием Microsoft® Excel. 4 изд.: Пер. с англ. – М.: "Вильямс". – 1312 с. (**Levine D.M. et al.** Statistics for Managers Using Microsoft® Excel. 4th Ed. – Prentice Hall, 2002)
- Макино Т., Охаси М., Докэ Х., Макино К.** (1991) Контроль качества с помощью персональных компьютеров. – Пер. с японск. А.Б. Орфенова; под ред. Ю.П. Адлера. – М.: Машиностроение. – 224 с.; С.166-174
- Мердок Дж.** (1986) Контрольные карты/Пер. с англ. – М.: Финансы и статистика. – 152 с. (**J. Murdoch.** Control Charts. – The Macmillan Press Ltd, 1979.)
- Митрохин И. Н., Орлов А. И.** (2007) Обнаружение разладки с помощью контрольных карт. – Заводская лаборатория. Диагностика материалов, №5. - С. 74-78.
- Миттаг Х.-Й., Ринне Х.** (1995) Статистические методы обеспечения качества/Пер. с нем. – М.: Машиностроение, 1995. – 616 с. (**H. Rinne, H.-J. Mittag.** Statistische Methoden der Qualitätssicherung. – Hanser, 1993)
- Натальченко Н. В.** (2009) Применение статистических методов при оценке результативности процесса производства мяса бройлеров. – Все о качестве (Отечественный опыт), Вып.58, С. 79-86. – М.: НТК Трек.
- Непомилуев В. В., Дюпин И. В.** (2005) Контрольные карты Шухарта как инструмент управления негауссовыми процессами. - Методы менеджмента качества, №9. - С. 34-38.
- Нив Г.** (2005) Пространство доктора Деминга: Принципы построения устойчивого бизнеса - М.: Альпина Бизнес Букс.–370 с. (**H. Neave.** The Deming Dimension. – SPC Press, 1990.)
- Ноулер Л., Хауэлл Дж., Голд Б. и др.** (1984) /Пер. с англ. Статистические методы контроля качества продукции. – М.: Издательство стандартов, 1984. – 104 с. (**L.A. Knowler et al.** Quality Control by Statistical Methods. – McGraw-Hill Book Company, 1969)
- Просто о сложном.** Введение в статистический контроль качества производственного процесса. – Серия "Все о качестве. Зарубежный опыт." – М.: НТК "Трек", 2000. – 21 с.
- Применение** статистических методов для рабочих. Практическое руководство. – Нижний Новгород: Нижегородский НИЦ КД. СМЦ «Приоритет». – 2002. - 29 с.
- Просветов Г. И.** (2009) Теория вероятностей и математическая статистика: задачи и решения. – М.: Альфа-Пресс. – С. 203-216.
- Розенталь Р. М.** (2010) Почему в российских компаниях так мало SPC? - Методы Менеджмента Качества, №2, с.41-45.
- Сархан А., Гринберг Б.** (1970) Введение в теорию порядковых статистик. – М: Статистика. – 414 с. (Оригинал)
- Святловский Е. Е.** (1933) Занимательная статистика. – Ленинград, Кооперативное изд-во "Время". – 240 с.
- Седдон Дж.** (2009) Свобода от приказов и контроля. Путь к эффективному сервису. – М.: РИА "Стандарты и качество". – 232 с.
- Сигел Э. Ф.** (2002) Практическая бизнес-статистика. 4 изд.: Пер. с англ. – М.: "Вильямс". – 1056 с. (**Siegel A.F.** Practical Business Statistics. 4th Ed. – McGraw-Hill, 2000)
- Стандарты и Качество:** 1992, № 4, 6, 7, 9-11; 1993, № 1-7, 9, 12; 1994, № 12; 1995, № 1, 2.
- Статистические** методы повышения качества/Под ред. Х. Куме. Перевод с англ. Адлера Ю. П., Конаревой Л. А. – М.: Финансы и статистика, 1990. – 304 с. (**Hitoshi Kume.** Statistical methods for quality improvement. – AOTS, 1985.)
- Статистическое** управление процессами. SPC. Ссылочное руководство. – Н. Новгород: ООО СМЦ «Приоритет», 2006. - 224 с.
- Статистическое** управление технологическим процессом (методическое пособие). - Серия "Все о качестве. Отечественные разработки." – М.: НТК "Трек", 2001. – 60 с.
- Уилер Д., Чамберс Д.** (2009) Статистическое управление процессами. Оптимизация бизнеса с использованием контрольных карт Шухарта. Пер. с англ. – М: Альпина Бизнес Букс. - 409 с. (**Wheeler D. J., Chambers D. S.** Understanding Statistical Process Control. 2nd Ed. – SPC Press, 1992.)
- Хастингс Н., Пикок Дж.** (1980) Справочник по статистическим распределениям. – М.: Статистика. – 95 с.

Хэнсен Б.Л. (1968) Контроль качества. Теория и применения. Пер. с англ.; Под ред. А.К. Шубникова. - М.: Прогресс.- 415 с. (Quality control: theory and applications / Bertrand L. Hansen. - Englewood Cliffs, N.J. : Prentice-Hall, 1963.)

Шор Я. Б. (1962) Статистические методы анализа и контроля качества и надежности. – М.: Сов. Радио. – 552с.

Шпер В. Л. (1998) Ещё раз о контрольных картах и вокруг них. Размышления по поводу одной заокеанской дискуссии. – Надежность и контроль качества, №10, с.3-13.

Шторм Р. (1970) Теория вероятностей. Математическая статистика. Статистический контроль качества. – М.: Мир. – 368 с. (**R. Storm.** Wahrscheinlichkeitsrechnung Mathematische Statistik Statistische Qualitätskontrolle. – VEB Fachbuchverlag, 1957).

Эфрон Б. (1988) Нетрадиционные методы многомерного статистического анализа: Сб. статей: Пер. с англ./Предисловие Ю.П. Адлера, Ю.А. Кошевника. – М.: Финансы и статистика. – 263 с.

Эффективность государственного управления. – Пер. С англ.; Общ. Ред. С. А. Батчикова и С. Ю. Глазьева. – М.: Фонд «За экономическую грамотность», Российский экономический журнал, Издательство АО «Консалтбанкир», 1998. – 848 с.; ККШ – С. 707-734.

Юнак Г. Л., Годлевский В. Е., Плотников А. Н. (2005) Об интерпретации серий на контрольных картах. – Методы менеджмента качества, №4. - С. 41-48.